



BANCO CENTRAL DO BRASIL

Trabalhos para Discussão

86

**Identificação do Fator Estocástico de Descontos e Algumas
Implicações sobre Testes de Modelos de Consumo**

Fabio Araujo e João Victor Issler
Maio, 2004

ISSN 1519-1028
CGC 00.038.166/0001-05

Trabalhos para Discussão	Brasília	nº 86	maio	2004	P. 1-62
--------------------------	----------	-------	------	------	---------

Trabalhos para Discussão

Editado por:

Departamento de Estudos e Pesquisas (Depep)

(E-mail: workingpaper@bcb.gov.br)

Reprodução permitida somente se a fonte for citada como: Trabalhos para Discussão nº 86.

Autorizado por Afonso Sant'Anna Bevilaqua (Diretor de Política Econômica).

Controle Geral de Publicações

Banco Central do Brasil

Secre/Surel/Dimep

SBS – Quadra 3 – Bloco B – Ed.-Sede – M1

Caixa Postal 8.670

70074-900 Brasília – DF

Telefones: (61) 414-3710 e 414-3711

Fax: (61) 414-3626

E-mail: editor@bcb.gov.br

As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem, necessariamente, a visão do Banco Central do Brasil.

Ainda que este artigo represente trabalho preliminar, citação da fonte é requerida mesmo quando reproduzido parcialmente.

The views expressed in this work are those of the authors and do not necessarily reflect those of the Banco Central or its members.

Although these Working Papers often represent preliminary work, citation of source is required when used or reproduced.

Central de Informações do Banco Central do Brasil

Endereço: Secre/Surel/Diate

Edifício-Sede – 2º ss

SBS – Quadra 3 – Zona Central

70074-900 Brasília – DF

Telefones: (61) 414 (...) 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406

DDG: 0800 99 2345

Fax: (61) 321-9453

Internet: <http://www.bcb.gov.br>

E-mail: cap.secre@bcb.gov.br

dinfo.secre@bcb.gov.br

Identificação do fator estocástico de descontos e algumas implicações sobre testes de modelos de consumo*

Fabio Araujo[†] João Victor Issler[‡]

Resumo

Retornando à utilização de técnicas de séries de tempo para a estimação de parâmetros das preferências dos indivíduos, este trabalho investiga o tradicional problema do consumo intertemporal ótimo do tipo CCAPM por um novo ângulo. Se apresentam dois estimadores para o fator estocástico de descontos independentes da especificação de funções utilidade, que são utilizados para a agregação das informações disponíveis sobre os retornos dos ativos da economia. A metodologia proposta é aplicada para dados do Brasil, para o período do plano Real, e dos Estados Unidos, para um período iniciado em 1979. Na parte empírica do trabalho obtêm-se dois resultados. Primeiro, obtêm-se uma estimativa para o grau americano de aversão ao risco de 2,1 - mais de 10 vezes menor que o comumente encontrado na literatura. Segundo, é estimado um grau de aversão ao risco de 2,3 no caso brasileiro, o que está em linha com trabalhos anteriormente publicados.

Palavras-chave: fator estocásticos de descontos, *equity premium puzzle*, componentes comuns

Classificação JEL: G12; E21; C23

*As opiniões expressas neste trabalho são dos autores e não refletem necessariamente a visão do Banco Central do Brasil.

[†]Escola de Pós-Graduação em Economia, da Fundação Getúlio Vargas e Departamento de Estudos e Pesquisas, do Banco Central do Brasil. E-mail: faraujo@Princeton.EDU

[‡]Escola de Pós-Graduação em Economia, da Fundação Getúlio Vargas. E-mail: jissler@fgv.br

1 Introdução

Desde o trabalho seminal de Hall (1978), a literatura sobre consumo testou diversas implicações sobre o comportamento deste a partir de dados agregados, empregando ferramentas de análise de séries temporais. Pode-se destacar, por exemplo, Flavin (1981), Hansen & Singleton (1982), Campbell (1987) e Campbell & Deaton (1989), dentre outros. O resultados de tais trabalhos rejeitaram de forma ampla as implicações dos modelos de suavização de consumo a partir de dados agregados, o que ocorreu também, em particular, para os testes do CCAPM (*Consumption Capital Asset Price Model*). A principal rejeição dessa categoria de modelos, empregando dados agregados, podem ser identificada com a suavidade excessiva observada na série de consumo, tal problema é conhecido na literatura por *equity-premium puzzle*.

A partir das rejeições, ocorridas na década de 80, do modelo usando dados agregados, a literatura da década de 90 se concentrou em testar as mesmas implicações a partir de dados desagregados utilizando técnicas de painel. Para maiores referências ver Runkle (1991), Attanasio & Browning (1995), Attanasio & Weber (1995), Browning & Lusardi (1976) e Lusardi (1996). A literatura empregando dados em painel resulta em um menor número de rejeições da teoria do que se observou anteriormente. Considerando tais resultados, argumenta-se nessa literatura que agregar os dados individuais seria a causa das rejeições ao modelo.

Apesar de esta ser a posição dominante na literatura em fins da década de 90, Mulligan (2001) desafia tal visão ao mostrar que, usando dados *adequadamente* agregados, não se rejeitam várias implicações testáveis do modelo de suavização

do consumo. Ademais, ao contrário do diagnóstico anterior, o problema não era a agregação dos dados em si, mas a inadequação das agregações realizadas. A chave para o resultado obtido em Mulligan (2001) reside no uso do retorno do *capital agregado da economia*, ao invés do retorno de apenas alguns ativos, como feito pelos autores da literatura anterior de dados agregados. O *capital agregado* e seu retorno são obtidos a partir de dados das contas nacionais, sendo assim compatíveis com a informação utilizada sobre consumo.

Seguindo a linha de Mulligan (2001), o presente trabalho propõe duas metodologias alternativas para estimar o fator estocástico de descontos a partir de dados dos ativos disponíveis na economia. Ambas as metodologias partem da equação de apreçamento, que no ambiente econômico utilizado no CCAPM equivale à equação de Euler do consumo. A primeira metodologia se utiliza das propriedades da decomposição do espaço de retornos proposta em Hansen & Jagannathan (1991) e a segunda se utiliza da observação de que o fator estocástico de descontos é um componente comum aos processos de retorno dos ativos da economia. A vantagem das técnicas aqui apresentadas, em relação àquela adotada em Mulligan (2001), é que a construção da medida agregadora das informações de retorno é obtida de maneiras mais direta, não requerendo o emprego de dados pouco confiáveis de contas nacionais para medir o capital agregado e seu retorno. Ao contrário, as técnicas aqui propostas usam apenas dados de retorno de ativos publicamente negociados para a obtenção de estimativas do fator estocástico de descontos, além disso, pelo método de construção, os erros idiossincráticos na medida dos retornos dos ativos são assintoticamente eliminados.

A proposta de estimar diretamente o fator estocástico de descontos da economia,

sem a necessidade de especificar a forma das preferências, possibilita o uso da primeira estimativa para testar uma variedade de funções utilidades. De fato, tal metodologia permite uma estimação não paramétrica e consistente do fator estocástico de descontos da economia de forma independente da teoria de apreçamento utilizada. Assim, tal estimativa pode ser usada para testar a especificação de diferentes formas de preferência, bem como possibilita obter estimativas dos parâmetros estruturais contidos nestas diferentes formas funcionais.

Por possibilitar o uso de uma grande variedade de retornos de ativos para a estimação do fator estocástico de descontos, a técnica aqui proposta se aproxima do modelo super-agregado apresentado em Mulligan (2001). Ao pensar o fator estocástico de descontos como o fator comum dos retornos individuais, a segunda técnica prp proposta neste trabalho utiliza-se do conceito de características comuns (ou fatores comuns) presente em Engle & Kozicki (1993), Forni *et alli* (2000) e Engle & Marcucci (2003), dentre outros. Ao utilizar modelos macroeconômicos, dados financeiros e técnicas econométricas, o presente trabalho integra diversos campos da economia, testando, de uma nova forma, um dos modelos mais testados nas áreas de macroeconomia e finanças.

Ao lado da consistência estatística dos estimadores apresentados, um dos resultados mais importantes do presente trabalho está entre os resultados empírico obtidos. No teste do CCAPM para os Estados Unidos, obteve-se um coeficiente de aversão ao risco de aproximadamente 2. Tal valor é mais de 10 vezes menor que os valores normalmente obtidos na literatura pregressa de dados agregados. Para o Brasil, obteve-se um coeficiente de aversão ao risco da mesma ordem que no caso americano. Tal resultado encontra-se em linha com trabalhos realizados

anteriormente, como Issler & Piqueira (2000). Observou-se entretanto a existência de um possível viés negativo nas estimativas obtidas para a taxa de desconto intertemporal, o que provavelmente se deve a um viés na estimação do fator estocástico de descontos.

O trabalho é organizado em 5 Seções e 4 Apêndices. A segunda Seção destaca as principais contribuições teóricas deste trabalho, apresenta a fundamentação para a estimação do fator estocástico de descontos e sugere métodos para a comparação entre alternativas de fatores estocásticos de descontos estimados. A terceira Seção apresenta os modelos de consumo utilizados para a estimação dos parâmetros de preferência do investidor-consumidor representativo e as especificações para a estimação destes parâmetros utilizando os estimadores para o fator estocástico de descontos propostos na Seção 2. A quarta Seção traz os resultados da aplicação das metodologias propostas a dados brasileiros e americanos. Na quinta Seção são apresentadas as principais conclusões do trabalho e são propostas possíveis extensões.

O Apêndice A traz a demonstração das proposições de que o fator estocástico de descontos pode ser consistentemente estimado sob condições adequadas. O Apêndice B apresenta os instrumentos considerados na estimação via método generalizado dos momentos (MGM) e seus correspondentes resultados. O Apêndice C lista os ativos utilizados nas aplicações empíricas efetuadas. E o Apêndice D apresenta as estimações obtidas para uma alternativa obtida para o fator estocástico de descontos no caso brasileiro.

2 O Fator Estocástico de Descontos

A principal diferença entre o presente trabalho e os trabalhos existentes na literatura reside no tratamento dado ao fator estocástico de descontos. Enquanto grande parte dos trabalhos que tratam de CCAPM não se utiliza de tal conceito, os trabalhos que o utilizam o fazem de maneira indireta. Este segundo grupo normalmente constrói o fator estocástico de descontos a partir do resultado da estimação dos parâmetros de um modelo de consumo, testando em seguida a validade de propriedades teóricas para o fator estocástico de descontos determinado. Normalmente é testada sua inclusão na fronteira de Hansen-Jagannathan, conforme apresentado em Hansen & Jagannathan (1991).

No presente trabalho, os dados de retornos dos ativos disponíveis para o investidor-consumidor são tratados como um reflexo do fator estocástico de descontos. Utilizando esta perspectiva, são obtidas duas metodologias alternativas para a estimação do fator estocástico de descontos, empregando exclusivamente os dados sobre retornos de ativos. Além disso, vale ressaltar que o fator estocástico de descontos obtido empregando tais metodologias independe da teoria de apreçamento utilizada. Assim, as estimativas obtidas podem servir de base para o teste de outras teorias de apreçamento que não aquelas baseadas em consumo, conforme no presente trabalho.

De modo a tornar claro a propriedade de agregação do fator estocástico de descontos, um paralelo a Mulligan (2001) pode ser muito útil. Sob a hipótese de função utilidade logarítmica¹, o fator estocástico de descontos (m) é dado por

¹A utilidade logarítmica é um caso particular de utilidade CRRA (*constant relative risk aversion*) onde a aversão ao risco é unitária. Sendo assim compatível com as formas consideradas

$m_{t+1} = \beta \frac{c_t}{c_{t+1}}$, onde c_t denota o consumo no período t . Também, pode-se obter facilmente que o preço de um ativo no período t (p_t) em função do fluxo de dividendo esperados (d_{t+i}) é dado por:

$$p_t = E_t \left\{ \sum_{i=1}^{+\infty} \beta^i \frac{c_t}{c_{t+i}} d_{t+i} \right\}$$

Considerando uma economia sem trabalho, o fluxo de dividendos do capital agregado da economia é dado pelo consumo agregado a cada período. Assim o preço da carteira de mercado, correspondente ao capital agregado, no período t (\bar{p}_t) é dado por:

$$\bar{p}_t = E_t \left\{ \sum_{i=1}^{+\infty} \beta^i \frac{c_t}{c_{t+i}} c_{t+i} \right\} = \frac{\beta}{1 - \beta} c_t$$

Da forma usual de determinação do retorno de um ativo, o retorno do capital agregado no período t (\bar{R}_t) é dado por:

$$\bar{R}_{t+1} = \frac{\bar{p}_{t+1} + c_{t+1}}{\bar{p}_t} = \frac{\beta c_{t+1} + (1 - \beta) c_{t+1}}{\beta c_t} = \frac{c_{t+1}}{\beta c_t} = \frac{1}{m_{t+1}}$$

Com isso, fica clara a estreita ligação entre o fator estocástico de descontos, utilizado como agregador neste trabalho, e o retorno do capital agregado, utilizado em Mulligan (2001). Esta relação não é tão direta em ambientes econômicos mais sofisticados, entretanto a propriedade de agregação do fator estocástico de descontos se mantém. As subseções que se seguem apresentam as metodologias propostas para a obtenção de tal medida agregadora.

2.1 Estimador Baseado em Teoria de Finanças

Hansen & Jagannathan (1991) descreve um arcabouço geral para análise de finanças explicitando várias propriedades, que permanecem válidas qualquer que

nas seções seguintes.

seja a teoria de apreçamento utilizada. De tal trabalho se conclui que pode ser obtida, exclusivamente a partir dos dados de retorno da economia, uma estimação consistente de um fator estocástico de descontos que satisfaça à Equação de Apreçamento (1), que pertença ao espaço de *payoffs*, e que seja a projeção no espaço de *payoffs* de qualquer fator estocástico de descontos válido.²

$$1 = E_t \{ m_{t+1} R_{t+1}^i \}, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (1)$$

onde R_{t+1}^i é o retorno no período $t + 1$ do i -ésimo ativo da economia, m_{t+1} é o fator estocástico de descontos, N o número de ativos na economia e $E_t(\cdot)$ denota, como de praxe, a esperança condicionada à informação disponível no período t .

A característica do fator estocástico de descontos pertencente ao espaço de *payoffs* (referido por m^*) que possibilita sua estimação, unicamente a partir dos dados de retorno, é sua relação direta com o retorno da carteira de menor segundo momento (referido por R^*), apresentada na Equação (2). Por sua definição, R^* pode ser obtido através da solução de um problema de otimização para cada período considerado, conforme apresentado na Equação (3).

$$m_{t+1}^* = \frac{R_{t+1}^*}{E_t \left\{ (R_{t+1}^*)^2 \right\}} \quad (2)$$

$$R_{t+1}^* = (\omega_t^*)^T R_{t+1} \quad (3)$$

$$\omega_t^* = \underset{\{\omega, \omega^T \iota = 1\}}{\operatorname{argmin}} E_t \left\{ \omega^T R_{t+1} (R_{t+1})^T \omega \right\}$$

onde R_{t+1} é um vetor aleatório ($1 \times N$) contendo os retornos dos ativos da economia no período $t + 1$ e ι é um vetor ($1 \times N$) de coordenadas unitárias.

²Um fator estocástico de descontos é dito válido se atender à Equação de Apreçamento (1).

A solução explícita do problema definido na Equação (3) é dada por:

$$\omega_t^* = \frac{[E_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)]^{-1} \iota}{\iota^T [E_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)]^{-1} \iota}$$

com isso, m^* é obtido substituindo tal solução na Equação (2). O resultado deste procedimento é dado por:

$$m_{t+1}^* = \iota^T [E_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)]^{-1} R_{t+1} \quad (4)$$

Pela análise desta equação conclui-se que um estimador consistente para m^* pode ser derivado de um estimador consistente para $E_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)$, conforme explicitado na Equação (5):

$$\hat{m}_{t+1} = \iota^T [\hat{E}_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)]^{-1} R_{t+1} \quad (5)$$

onde $\hat{E}_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)$ denota o estimador para a matriz de covariâncias de segundos momentos de R_{t+1} condicional em t . Assim, caso tal estimador seja consistente, também o será o estimador definido na Equação (5), já que este último é obtido através de uma função contínua do primeiro.

Uma característica favorável deste estimador se deve a ele baseado em uma fundamentação teórica amplamente difundida, o que possibilita a utilização dos desenvolvimentos disponíveis na literatura que estão também baseados neste arcabouço.

Considerando o caso de mercados completos, m^* é o único fator estocástico de descontos válido. Sob tais circunstâncias é possível realizar uma identificação perfeita dos parâmetros estruturais a serem estimados nas seções subsequentes. Caso esta hipótese não seja válida, apesar de o fator estocástico de descontos estimado permanecer válido para fins de apreçamento, pode ocorrer de as flutuações

no consumo se deverem a características das preferências que não são refletidas no mercado de ativos. Nesta situação, dependendo do método empregado, as especificações utilizadas podem não identificar adequadamente os parâmetros estruturais de interesse, não permitindo assim a validação ou rejeição dos modelos em teste.

Observe que o número de ativos considerados para a estimação do fator estocástico de descontos deve ser relativamente alto, quando comparado o número normalmente empregado na estimação de modelos multivariados. Desta forma, a necessidade de obtenção de modelos condicionais para o vetor de retornos dos ativos da economia é a maior desvantagem desta metodologia. Portanto, a operacionalização de um procedimento de estimação a partir da Equação (5) pode apresentar várias limitações práticas.

Tais limitações práticas advêm basicamente da necessidade de se estimar $\hat{E}_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)$ de maneira consistente. O que, de modo a viabilizar a estimação, poder necessitar de hipóteses muito fortes. Por exemplo, adotando a hipótese de o vetor de processos de retorno ser temporalmente independente e identicamente distribuído a esperança utilizada equivale à incondicional. Desta forma, haveria a necessidade de se estimar $N(N + 1)/2$ parâmetros de uma base de dados com $N \cdot T$ observações, o que pode ser factível dependendo da relação entre N e T . Tal problema pode ser ainda mais simplificado caso se faça a extração de componentes principais do conjunto de processos de retorno antes de se proceder tal estimação.

Entretanto, caso a hipótese referida no parágrafo anterior não seja adequada, a estimação de $\hat{E}_t(R_{t+1}R_{t+1}^T)$ se torna bem mais complicada. Neste caso, para possibilitá-la, além da extração de componentes principais, é necessário se adotar

um conjunto hipóteses que permita a parametrização dos processos considerados. Em estudos preliminares, considerando um conjunto de hipóteses cuidadosamente escolhidas, observou-se instabilidade numérica na obtenção de tais estimativas, optou-se então por não se reporta tais resultados no presente trabalho.

2.2 Estimador Baseado em Componentes Comuns

Baseado em trabalhos da literatura de componentes comuns, como Croux *et al* (2001) e Forni *et al* (2000), uma outra metodologia para a estimação do fator estocástico de descontos decorre da observação de que a Equação de Apreçamento (1) implica, sob hipóteses adequadas, em que tal fator é um componente comum ao processo de retorno de todos os ativos.

Como para x com distribuição lognormal vale:

$$\ln E_t x = E_t (\ln x) + \frac{1}{2} E_t \{ [\ln x - E_t (\ln x)]^2 \}$$

tome a Equação de Apreçamento (1), utilizando a hipótese de que m_{t+1} e $R_{t+1}^i \forall i$ são lognormais, o logaritmo de tal equação fica:

$$0 = E_t (\ln m_{t+1} + \ln R_{t+1}^i) + \frac{1}{2} E_t \left\{ [\ln m_{t+1} - E_t (\ln m_{t+1}) + \ln R_{t+1}^i - E_t (\ln R_{t+1}^i)]^2 \right\}$$

Definindo:

$$\delta_{m,t}^2 \equiv E_t [\ln m_{t+1} - E_t (\ln m_{t+1})]^2$$

$$\delta_{i,t}^2 \equiv E_t [\ln R_{t+1}^i - E_t (\ln R_{t+1}^i)]^2$$

$$\delta_{im,t} \equiv E_t \{ [\ln m_{t+1} - E_t (\ln m_{t+1})] [\ln R_{t+1}^i - E_t (\ln R_{t+1}^i)] \}$$

resulta:

$$E_t (\ln m_{t+1} + \ln R_{t+1}^i) = -\frac{1}{2} (\delta_{m,t}^2 + 2\delta_{im,t} + \delta_{i,t}^2)$$

Definindo ainda $\ln \chi_{m,t}^i = \frac{1}{2} (\delta_{m,t}^2 + 2\delta_{im,t} + \delta_{i,t}^2)$ temos:

$$\ln R_{t+1}^i = -\ln m_{t+1} - \ln \chi_{m,t}^i + \varepsilon_{t+1}^i \quad (6)$$

onde $E_t \varepsilon_{t+1}^i = 0$. Ficando evidente que o fator estocástico de descontos é um componente comum ao processo de retornos de cada ativo.

Comparando a Equação (6) com Engle & Marcucci (2003), fica clara sua analogia à aplicação a macroeconomia sugerida naquele trabalho. Lá, o ciclo comum dos retornos dos ativos é identificado como sendo devido às flutuações de consumo. Tal resultado se deve à utilização de uma especificação particular para a função utilidade. Como fica evidenciado na Equação (10), apresentada adiante no texto, quando se utiliza uma especificação CRRA para a função utilidade, o logaritmo do fator estocástico de descontos é uma transformação linear das variações do logaritmo do consumo. Desta forma, o presente trabalho generaliza a visão apresentada em Engle & Marcucci (2003) por não depender de tal restrição.

Manipulando a Equação (6), pode-se chegar a estimadores consistentes para o fator estocástico de descontos baseado exclusivamente em informações sobre os retornos da economia. Desta forma, o estimador proposto nesta seção, assim como o proposto na seção anterior, somente é capaz de explicar flutuações no consumo que estejam refletidas nos ativos da economia. Com isso, as mesmas ressalvas sobre a estimação dos parâmetros de preferência em mercados incompletos, feitos para o caso anterior, se aplicam ao presente caso.

As proposições que se seguem descrevem condições sob as quais o fator estocástico de descontos pode ser consistentemente estimado, apresentando uma forma de se obter tal estimativa.

Proposição 1 Para um conjunto de processos de retorno bruto $\{R_t^i\}$ com $(i, t) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, T\}$ condicionalmente homocedásticos $\forall i$ e lognormais $\forall t$, o fator estocástico de descontos m_t pode ser consistentemente estimado $\forall t$, a medida que N e T vão para infinito à mesma taxa, através da expressão:

$$\hat{m}_t = \frac{\overline{R}_t^G}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left(\overline{R}_t^G \overline{R}_t^A \right)}$$

onde $\overline{R}_t^G = \prod_{i=1}^N \left[(R_{t+1}^i)^{-\frac{1}{N}} \right]$ e $\overline{R}_t^A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_t^i$.

Demonstração. Veja Apêndice A ■

Proposição 2 Se processos de retorno bruto $\{R_t^i\}$ com $(i, t) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, T\}$ lognormais $\forall t$ são condicionalmente homocedásticos a menos de subconjunto de índices i , cujo o número de elementos é limitado por $N^{1-\delta}$, para qualquer $\delta > 0$, e têm variância uniformemente limitada em T então o fator estocástico de descontos m_t pode ser consistentemente estimado $\forall t$ através da mesma expressão dada na **Proposição 1**, a medida que N e T vão à mesma taxa para infinito.

Demonstração. Veja Apêndice A ■

No emprego da Proposição 2, deve-se observar que menores valores para δ permitem um maior número de processos de retorno heterocedásticos. Entretanto, para tais valores de δ , a taxa de convergência do estimador proposto é menor. Ou seja, há um *trade-off* na utilização de δ , implicando que quanto maior o número de processos de retorno heterocedásticos presentes na amostra, menor será a taxa de convergência.

Assim, as duas proposições apresentadas fornecem um método simples para a estimação do fator estocástico de descontos. É interessante observar a diferença no

nível de complexidade de operacionalização entre as duas metodologias de estimação propostas. Enquanto para a primeira metodologia (usando teoria de fianças) é necessário que se obtenha um modelo condicional para um número relativamente elevado de ativos, na segunda metodologia (baseada em componentes comuns) basta efetuar T médias geométricas e $T + 1$ médias aritméticas.

A validação das hipóteses necessárias para a aplicação de tais proposições pode ser controversa, o que se deve basicamente a dois motivos. Primeiro, como as hipóteses tratam de momentos condicionais, o conjunto de informação considerado pode ser decisivo para sua validação. Segundo, a hipótese, presente na Proposição 2, de o número de processos heterocedásticos ser limitado por $N^{1-\delta}$, não é passível de teste, uma vez que para tanto seria necessário a utilização de uma amostra infinita.

2.3 Prêmio de Risco e Teste de Apreçamento

O objetivo desta parte do trabalho é sugerir procedimentos para a análise das propriedades de estimativas para os fator estocástico de descontos obtidas através das metodologias apresentadas na seção anterior. Tais propriedades podem fornecer indícios para uma melhor compreensão dos métodos de estimação propostos e sugerir um meio para selecionar entre estimações alternativas para o fator estocástico de descontos estimados. Com esse intuito, são consideradas duas formas de avaliar as propriedades de estimativas do fator estocástico de descontos: *i*) através da comparação dos prêmios de risco implicados pelos fatores estocásticos de desconto com o obtido de propriedades básicas do CCAPM e *ii*) o apreçamento implicado pelos fatores estocástico de descontos estimados.

Com este intuito são apresentados estimadores para as sequências de retorno livre

de risco de um período implicados pelos fatores estocástico de desconto estimados conforme apresentado na seção anterior. Com isso é possível comparar os sinais dos prêmios de risco determinados pelas duas maneiras alternativas. Em adição, é apresentada uma metodologia para testar o apreçamento fornecido por uma dada estimativa de fator estocástico de descontos.

2.3.1 Prêmio de Risco e Retorno Livre de Risco

Resulta dos modelos do tipo CCAPM que os ativos que, em equilíbrio, têm prêmio de risco positivo/negativo são positivamente/negativamente correlacionados com a variação do consumo, isto nos fornece um meio para determinar o sinal do prêmio de risco de qualquer ativo considerado. Por outro lado, estimações para o fator estocástico de descontos levam a estimações do retorno do ativo livre de risco de um período,³ o que nos fornece um meio independente para a determinação do sinal do prêmio de risco.

O retorno do ativo livre de risco de um período decorre diretamente da Equação de Apreçamento (1). Basta recordar que o retorno para tal ativo no período $t + 1$ é mensurável no conjunto de informação disponível em t , assim tal equação se torna:

$$R_{t+1}^f = \frac{1}{E_t\{m_{t+1}\}}$$

onde R_{t+1}^f denota o retorno do ativo livre de risco. Deste modo, para estimar a taxa de retorno livre de risco basta determinar um estimador para o valor esperado de m_{t+1} condicional no conjunto de informação disponível em t , denotado por $\hat{E}_t m_{t+1}$.

³Caso tal ativo não exista na economia, a sequência determinada se refere ao valor esperado do retorno do ativo de covariância zero, sendo da mesma forma útil para o cálculo dos prêmios de risco.

Para a primeira metodologia apresentada, uma maneira natural de obter um estimador para tal quantidade decorre de aplicar $E_t(\cdot)$ à Equação (4), resultando em:

$$E_t m_{t+1}^* = \iota^T [E_t (R_{t+1} R_{t+1}^T)]^{-1} E_t R_{t+1}$$

o que implica em substituir R_{t+1} por $\hat{E}_t R_{t+1}$ no procedimento de cálculo de \hat{m}_{t+1} .

Ou seja, o estimador desejado é dado por:

$$\hat{E}_t m_{t+1} = \iota^T [\hat{E}_t (R_{t+1} R_{t+1}^T)]^{-1} \hat{E}_t R_{t+1}$$

Já para a segunda metodologia apresentada, não é claro que haja uma mudança simples no estimador proposto que leve ao estimador desejado. Desta forma a solução adotada neste trabalho foi a de desenvolver um modelo de séries de tempo para a estimativa do fator estocástico de descontos condicional no conjunto de informação gerado pelos retornos e pelo próprio fator estocástico de descontos disponíveis até a data t .

2.3.2 Teste de Apreçamento

Como observado em seções anteriores, qualquer fator estocástico de descontos válido deve satisfazer à Equação de Apreçamento. Desta forma, tal equação nos fornece mais uma maneira de avaliar propriedades de estimativas do fator estocástico de descontos. Tomando a esperança incondicional da Equação de Apreçamento temos:

$$E \{m_t R_t^i\} = 1 \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

Desta forma, desde que m_t e R_t^i tenham variância finita e que as correlações entre os retornos sejam altas apenas em grupos de tamanho limitado, quaisquer

que sejam suas distribuições, aplicando o teorema central do limite⁴, uma variável aleatória definida por:

$$\psi^i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T m_t R_t^i$$

terá distribuição assintoticamente normal em T com esperança unitária $\forall i$. Encarando então $\hat{\psi}^i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{m}_t R_t^i$ como a i -ésima realização de tal variável aleatória podemos testar se sua média amostral é estatisticamente unitária.

Entretanto, note que a não rejeição de tal hipótese não é suficiente para indicar o quão boa é uma estimativa do fator estocástico de descontos. Isto porque idealmente deveria se observar uma baixa dispersão de tal variável em torno de 1. Porém, uma estimativa pode não ser rejeitada no teste proposto e no entanto não ter propriedades adequadas, uma vez que uma não rejeição neste teste pode ser decorrente tanto de uma estreita proximidade entre a média amostral e o valor de teste, que no caso tratado é 1, quanto de uma grande dispersão dos valores observados em torno da média amostral.

Cabe, além do mais, ressaltar que caso tal procedimento seja aplicado para o mesmo conjunto de ativos considerados na composição do fator estocástico de descontos obtido pela segunda metodologia apresentada, tal teste de apreçamento será tautológico. Isto se deve ao fato de o numerador do estimador proposto por tal método ser obtido de modo a garantir tal propriedade. Desta forma, para aplicar esta metodologia de teste aos estimadores baseados na extração de componentes comuns é necessário que se considere um conjunto de retornos diferente do considerado para o cálculo de \hat{m}_t .

⁴A versão do teorema aqui aplicada é um caso particular do apresentado em Davidson (1994) no capítulo sobre teorema central do para variáveis dependentes .

3 Modelos de Consumo

Nesta seção se apresenta uma metodologia para a aplicação das estimativas das séries de fator estocástico de descontos à estimação de parâmetros de preferência de um consumidor representativo. Assim, caso o fator estocástico de descontos utilizado consiga agregar suficientemente as informações sobre retorno dos ativos, a especificação a ser estimada será imune à crítica de inadequação da taxa de retorno utilizada.

Um arcabouço muito difundido para o estudo das decisões intertemporais ótimas de consumo é caracterizado pelo problema definido na Equação (7). Onde θ_t é o portfólio (em quantidades de cada ativo) escolhido no período t , X_t é o vetor de dividendos pagos por ativo no período, q_t é preço dos ativos e y_t um processo de renda exógeno que entra como variável de estado no problema do consumidor.

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, \theta_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} U_0 &\equiv E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(\cdot) \right\} & (7) \\ \text{s.a. } c_t + q_t^T \theta_{t+1} &= y_t + (q_t + X_t)^T \theta_t \end{aligned}$$

A hipótese crucial para a validade dos resultados obtido neste artigo, subjacente à restrição orçamentária apresentada, é a de que a cada instante de tempo (t) o investidor-consumidor tem acesso a N ativos de modo a poder transferir riqueza para o próximo período ($t + 1$). Com isso os resultados obtidos permanecem válidos desde que a restrição orçamentária considerada incorpore tal propriedade. São apresentadas, então, algumas propriedades gerais dos modelos do tipo CCAPM.

A equação de Euler do consumo para o problema considerado é, para cada ativo

i dada pela Equação (8). Neste contexto, o fator estocástico de descontos no período $t + 1$ é simplesmente identificado com a taxa marginal de substituição intertemporal entre os períodos t e $t + 1$.

$$E_t \left\{ \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} R_{t+1}^i \right\} = 1 \quad (8)$$

Partindo da equação de Euler e considerando que exista uma ativo livre de risco (R_t^f), uma maneira de escrever o prêmio de risco é apresentada na Equação (9), onde fica clara sua natureza.

$$E_t \{ R_{t+1}^i \} - R_{t+1}^f = - \frac{\text{cov}_t \{ u'(c_{t+1}), R_{t+1}^i \}}{E_t \{ u'(c_{t+1}) \}} \quad (9)$$

Lembrando as hipóteses convencionais sobre as preferências dos indivíduos, tem-se $u'(\cdot) > 0$ e $u''(\cdot) < 0$.⁵ Analisando o sinal do prêmio de risco, sob tais hipóteses, tem-se: *i*) o denominador é a esperança de um processo estocástico que só toma valores positivos, sendo portanto positivo; *ii*) o numerador é a covariância entre R_t^i e uma função decrescente de c_t , logo quando R_t^i covaria positivamente com c_t seu valor é negativo.

Considerando, por fim, o sinal negativo na expressão obtida para o prêmio de risco, conclui-se que ativos com retornos positivamente correlacionados com o ciclo de consumo pagam um prêmio de risco positivo, enquanto ativos com retornos negativamente correlacionados com o ciclo de consumo pagam um prêmio de risco negativo. A intuição para tal resultado é que ativos negativamente correlacionados com o ciclo de consumo são utilizado pelo investidor consumidor com seguro.

Tais resultados valem para cada investidor-consumidor que tenha acesso aos mercados considerados na hipótese. Caso todos os inverstidores-consumidores

⁵Ou equivalentemente $u'(\cdot)$ decrescente.

sejam idênticos e de vida infinita, os resultados apresentados valem para um investidor-consumidor representativo, permitindo assim o emprego de dados agregados para o teste de modelos de consumo.

3.1 Especificação para Teste dos Modelos de Consumo

Como ilustração, caso no problema definido na Equação (7) se considere uma função utilidade potência, $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$, tem-se o fator estocástico de descontos dado por $m_{t+1} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}$. Tal quantidade que pode ser decomposta, de maneira ortogonal, em m^* e uma parcela ξ ortogonal ao espaço de *payoffs* da economia, i.e. $m = m^* + \xi = m^* e^\varepsilon$ onde a última igualdade vale se m e m^* tiverem o mesmo sinal⁶. Aplicando a função logarítmica a $m = m^* e^\varepsilon$ tem-se a especificação dada na Equação (10), que é semelhante à especificação testada em Mulligan (2001), diferindo apenas por naquele trabalho aparecer como regressor o logaritmo da taxa bruta de retorno do capital agregado ao invés do logaritmo de m^* .

$$\ln m_{t+1}^* = \ln \beta - \gamma \Delta \ln c_{t+1} - \varepsilon_{t+1} \quad (10)$$

De Issler & Piqueira (2000), tem-se que para três funções utilidade escolhidas (CRRA, hábitos externos e Kreps-Porteus) os fatores estocásticos de descontos, que são listados na Tabela 1. Onde \bar{C}_t é o consumo agregado no tempo t , tomado como dado na solução do problema do consumidor, que entretanto em equilíbrio é igual ao consumo do agente no tempo t ; e B_t é o retorno bruto do portfólio ótimo que, seguindo a literatura, será considerado neste trabalho como o retorno do Ibovespa.

Tabela 1: Funções utilidade usadas e respectivos fatores estocásticos de descontos

⁶Tal condição sempre é atendida sob a hipótese de lognormalidade de m e m^* .

	Função Utilidade	Fator Estocástico de Descontos
CRRA	$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$	$m_{t+1} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}$
Hábitos externos	$u(c_t) = \frac{\left(\frac{c_t}{c_{t-1}^\kappa}\right)^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$	$m_{t+1} = \beta \left(\frac{c_t}{c_{t-1}}\right)^{\kappa(\gamma-1)} \left(\frac{\gamma c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}$
Kreps-Porteus	$U_t = \left[(1-\beta)c_t^\rho + (E_t U_{t+1}^\alpha)^\frac{\rho}{\alpha}\right]^\frac{1}{\rho}$	$m_{t+1} = \left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\right]^\frac{\alpha}{\rho} \left[\frac{1}{B_{t+1}}\right]^{1-\frac{\alpha}{\rho}}$

Todas as formas funcionais consideradas permitem uma especificação log-linear para a estimação dos parâmetros envolvidos.⁷ Com base nos fatores estocásticos de descontos listados da Tabela 1, seguindo um procedimento análogo ao adotado para a obtenção da Equação (10) chega-se às especificações descritas a seguir.

$$\ln m_{t+1}^* = \ln \beta - \gamma \Delta \ln c_{t+1} - \varepsilon_{t+1}$$

$$\ln m_{t+1}^* = \ln \beta - \gamma \Delta \ln c_{t+1} + \kappa(\gamma - 1) \Delta \ln c_t - \varepsilon_{t+1}$$

$$\ln m_{t+1}^* = \theta \ln \beta - \theta \gamma \Delta \ln c_{t+1} - (1 - \theta) \ln B_{t+1} - \varepsilon_{t+1}$$

Para a estimação de tais especificações, uma vez que m_{t+1}^* não é disponível, é utilizada uma estimativa obtidas pela aplicação das metodologias anteriormente expostas. Desta forma, a estimação de tais especificações podem ser efetuadas usando o método de mínimos quadrados ou o método generalizado dos momentos.

Para o caso de mercados completos, o erro ε_t é independente das flutuações de consumo. Isto se deve ao fato de neste caso todas flutuações estarem refletidas no mercado de ativos. Logo o fator estocástico de descontos sumariza todos estes efeitos. Com isso os erros obtidos são devidos unicamente aos processos propostos para a estimação do fator estocástico de descontos. Neste contexto, tanto o método

⁷A metodologia proposta neste trabalho não permite identificar todos os parâmetros da especificação da função utilidade de Kreps-Porteus, é somente possível identificar a razão $\frac{\alpha}{\rho}$ que será referida por θ ($\theta \equiv \frac{\alpha}{\rho}$).

generalizado dos momentos quanto o método de mínimos quadrados estima os parâmetros consistentemente.

Já para o caso de mercados incompletos, o erro ε_t pode ser correlacionado com flutuações de consumo não refletidas no mercado de ativos. Neste caso, somente a estimação via método generalizado dos momentos gera estimativas consistentes para os parâmetros.

Uma outra característica interessante das especificações obtidas para as funções utilidade de hábitos externos e Kreps-Porteus é que estas são variações da especificação que utiliza a função CRRA, sendo as primeiras obtidas pelo acréscimo de um termo à última. Esta característica permite testar a especificação CRRA contra as outras através de um teste padrão de variável redundante.

4 Duas Aplicações

Nesta seção, a metodologia desenvolvida na Seção 2.2 é aplicada para dados brasileiros, do período pós plano Real, e para dados americano, para um período iniciado em 1979.

Apresenta-se inicialmente uma descrição dos dados utilizados na parte empírica do trabalho. Além disso a seção reúne os principais resultados empíricos obtidos neste trabalho, são apresentadas as estimativas para o fator estocástico de descontos, para a taxa de retorno livre de risco, os parâmetros de preferência para as especificações de função utilidade consideradas.

4.1 Dados

Com o intuito de permitir a comparação dos resultados obtidos neste trabalho com os disponíveis na literatura nacional e internacional, o presente trabalho se utiliza de dois conjuntos de dados: um para a economia brasileira e outro para a economia americana. Por questões metodológicas, cada um destes conjuntos de dados é dividido em dois subconjuntos: dados financeiros e dados de consumo. As subseções seguintes descrevem os conjuntos de dados utilizados, apresentando as motivações para os tratamentos empregados.

4.1.1 Dados Brasileiros

O subconjunto de dados de consumo utilizado é relativo a consumo total e população residente, disponíveis no sítio do IPEA (www.ipea.gov.br). Devido ao fato de os modelos utilizados neste trabalho tratarem de consumo real per capita, as séries de consumo foram deflacionadas utilizando-se o IGP-DI e levados a valores per capita utilizando-se os dados sobre população residente. As séries resultantes foram então tratadas pelo método X11 aditivo para a extração de componentes sazonais, já que provavelmente tais componente se devam a características particulares de tecnologias e preferências não contempladas no arcabouço utilizado no presente trabalho. Além disso, como as informações sobre consumo total e consumo das famílias estão disponíveis apenas em uma frequência trimestral todos o dados considerados foram convertido para tal frequência.

O subconjunto de dados financeiros é formado com o intuito de capturar as fontes de risco existentes na economia e com isso aumentar a representatividade do espaço expandido. Desta forma, além dos ativos negociados em bolsa foram considerados

na análise ouro, Selic, dólar oficial e os índices agregados FGV-100, Ibovespa e o índice Dow Jones da bolsa de Nova Iorque com valor em reais.

No tocante a ações, é natural se considerar o maior número que esteja disponível. Foram então selecionadas informações sobre 90 ações continuamente negociadas a partir de 1994 e que não apresentaram variação real superior a 250% em módulo ao longo de um trimestre.⁸ É necessário, entretanto, reconhecer que tal procedimento pode resultar em viés na estimação do fator estocástico de descontos, um vez que falências e abertura de novas empresas são eventos cotidianos na economia. Não obstante, tais eventos ocorridos no período de análise são desconsiderados. Para a construção dos retornos reais as informações relativas a preço de negociação e dividendos pagos foram deflacionados utilizando o IGP-DI.

Foram ainda construídos retornos para os setores listados na classificação de indústria feita pela BOVESPA. Para tanto, as 90 ações previamente selecionadas foram agrupadas em 17 setores.⁹ Considerou-se então como retorno de um dado setor a média geométrica dos retornos dos ativos nele classificados.

4.1.2 Dados Americanos

O subconjunto de dados de consumo consiste da série sazonalmente ajustada de consumo total das pessoas, população residente total (incluindo militares em bases no exterior) e o deflator implícito do consumo disponíveis no banco de dados DRI.

⁸Está implícito neste procedimento a hipótese de que tais informações estão incorretas. Como o efeito de observações aberrantes pode ser muito nocivo às estimações finais optou-se por suprimir tais séries da amostra.

⁹A classificação da BOVESPA identifica 19 setores, entretanto após a aplicação dos critérios definidos para a utilização das informações de retorno restaram ativos correspondentes a apenas 17 setores.

Para o subconjunto de dados financeiros¹⁰ foram considerados inicialmente os retornos para 22 carteiras, ou ativos, deflacionados pelo PPI (*Producer Price Index*). Após uma análise de correlação contemporânea, este número foi reduzido para 15 pela exclusão de uma das séries de cada par com correlação maior do que 0,95. Tomando então o par de ativos com alta correlação, foi excluído aquele que apresentou a maior segunda correlação com os outros ativos da amostra. Aplicando tal procedimento, restaram 6 índices de bolsas estrangeiras, 6 índices da bolsa americana, preço do ouro, retorno de títulos de 3 meses de maturidade do tesouro americano e a série de retorno média para companhias altamente seguras (AAA) no setor de serviços públicos.¹¹

Os 6 índices de bolsas estrangeiras utilizados são das bolsas da Alemanha Ocidental, Canadá, França, Inglaterra, Itália e Japão com valores em dólar, o que é compatível com uma hipótese de que, para o período considerado, os investidores americanos tenham acesso a tais mercados ou a fundos de investimento neles especializados. Os 6 índices da bolsa americana utilizados são o índice agregado da S&P e os índices dos setores de serviços públicos e de bens de capital da S&P e de transportes, financeiro e de serviços públicos da NYSE.

4.2 Estimação Baseada em Componentes Comuns

Considerando a Proposição 2, m_t pode ser estimado para os casos brasileiro e americano, desde que a condição sobre a heterocedasticidade das séries de retorno consideradas seja válida. Apesar de a hipótese utilizada não ser muito restritiva

¹⁰Todas as séries de dados financeiros utilizadas na análise do caso americano estão disponíveis no banco de dados DRI.

¹¹Com indentificação no banco de dados DRI: “BOND YIELD:MOODY’S CORP,PUB UTIL,AAA”.

ela apresenta dois pontos negativos. Primeiro, não há um teste disponível que possa validá-la ou rejeitá-la. Segundo, quanto maior for o número de processos heterocedásticos, mais lenta a taxa de convergência do estimador.

O procedimento para a obtenção de tal estimativa é extremamente simples. Tomando o painel de dados de retornos brutos dos ativos ao longo do período considerado, para cada período calcula-se a média aritmética dos retornos (\bar{R}_t^A) e a média geométrica de seus inversos (\bar{R}_t^G). Com isso, o fator estocástico de descontos, no período t , é obtido simplesmente dividindo \bar{R}_t^G pela média de $(\bar{R}_t^G \cdot \bar{R}_t^A)$ ao longo da dimensão temporal da amostra.

Tomando em conta tais fatores, construíram-se então as séries de valores estimados para m utilizando as bases de dados financeiros brasileiros e americanos. Os fatores estocásticos de descontos assim obtidos, para os casos brasileiro e americano, são apresentados na Figura 6.¹²

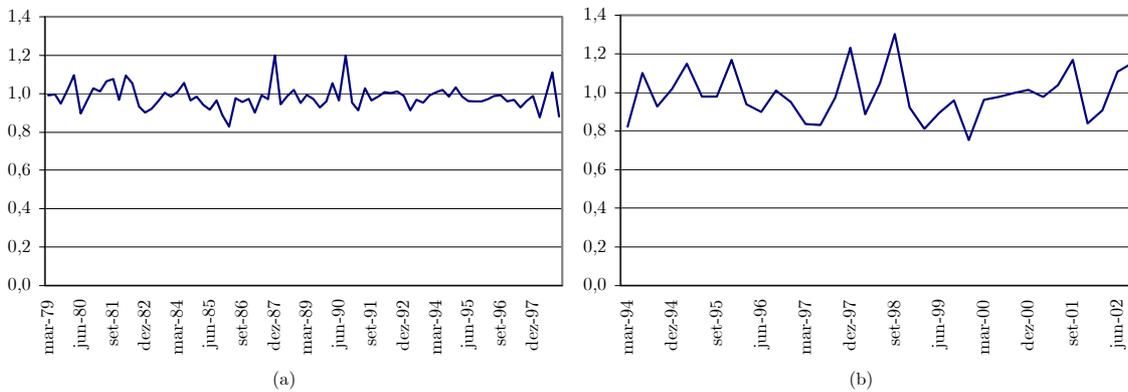


Figura 1: Fator estocástico de descontos pela metodologia de componentes comuns
(a) EUA (b) Brasil (setores)

¹²A Figura 1 só apresenta o resultado obtido empregando os retornos agregados em setores, pois o comportamento do fator estocástico de descontos obtido para o caso brasileiro utilizando os dados desagregados é muito semelhante.

4.3 Retorno Livre de Risco e Prêmio de Risco

De modo a se obter uma série de tempo para o retorno livre de risco de um período, é necessária a estimação de um modelo condicional para o fator estocástico de descontos. Com esse intuito três passos foram seguidos. Primeiramente, baseado na hipótese de lognormalidade, optou-se pela modelagem de $\ln m_{t+1}$ utilizando o conjunto de informação constituído pelos logaritmos dos retornos brutos considerados. Em segundo lugar, visando reduzir o número de parâmetros a ser estimado, foram extraídos os componentes principais do conjunto de processos de retorno em logaritmo, sendo então modelado $\ln m$ com base em tais componentes. Finalmente, uma vez obtido $E_t(\ln m_{t+1})$, a taxa livre de risco de um período (R_t^f) foi calculada pela aplicação da fórmula:

$$R_t^f = e^{-\left(E_t(\ln m_{t+1}) + \frac{\sigma_m^2}{2}\right)}$$

onde σ_m^2 denota a variância do erro de previsão um período a frente do modelo considerado para o fator estocástico de descontos. Algumas estatísticas referentes aos modelos obtidos para os casos brasileiro e americano são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Modelos obtidos para os fatores estocásticos de descontos considerados

	R ² ajust.	F-stat.	Prob.	Observações	Corr. Serial*	ARCH**
Brasil Desagregado	0,162	2,698	0,085	31	Não	Não
Setores	0,161	2,695	0,085	31	Não	Não
Estados Unidos	0,049	1,987	0,144	80	Não	Não

* - segundo teste LM de Breusch-Godfrey para correlação serial até a segunda defasagem, 5% de significância.

* - segundo teste LM para efeitos ARCH, até primeira ordem, 5% de significância.

A Tabela 2 traz, em todas as informações apresentadas, indícios de uma baixa previsibilidade de fator estocástico de descontos. Os baixos valores de R² indicam

um baixo ajustamento dos modelos selecionados. O teste F resulta que o modelo ajustado não é estatisticamente significativo para o caso americano e, para o caso brasileiro, os modelos não são rejeitados a 10% de significância. Aliando tais fatos aos resultados dos testes de diagnóstico, onde não são encontradas evidências de correlação serial ou efeitos ARCH, há indícios de que um modelo incondicional poderia ser adequado para o caso americano.

Mesmo considerando tal resultado para o caso americano, devido à obtenção de uma taxa de retorno livre de risco de um período aproximadamente constante, optou-se pela utilização dos modelos obtidos para ambos os casos. Com isso, a taxa mediana de retorno livre de risco de um período foi de 7,2% ao ano, para o caso americano, e de 8,3% e 10,0% ao ano, para o caso brasileiro, utilizando respectivamente os fatores estocásticos de descontos obtidos empregando os dados de setores e os dados desagregados.

Os resultados de retorno livre de risco obtidos são elevados, se comparados aos retornos normalmente empregados como representativos do retorno livre de risco. Para o caso brasileiro, tais valores podem ser justificados tomando em conta o período considerado. Entretanto, para o caso americano, uma taxa livre de risco de 7,2% ao ano não é comparável a valores presentes na literatura.¹³

As sequências de retorno livre de risco de um período implicadas pelos fatores estocásticos de descontos estimados são apresentadas nas Figuras 2, tanto para o caso brasileiro quanto para o americano. Na Figura 2.b estão apresentadas as sequências de retornos livres de risco obtidas empregando os dados de retorno agregados em

¹³Adotando um modelo incondicional para o caso americano, a taxa livre de risco média se reduz para 6,7% ao ano.

setores e também a obtida considerando os retornos individualmente. Observa-se que para toda o período considerado os resultados são muito semelhantes, apresentando um correlação maior que 99%.

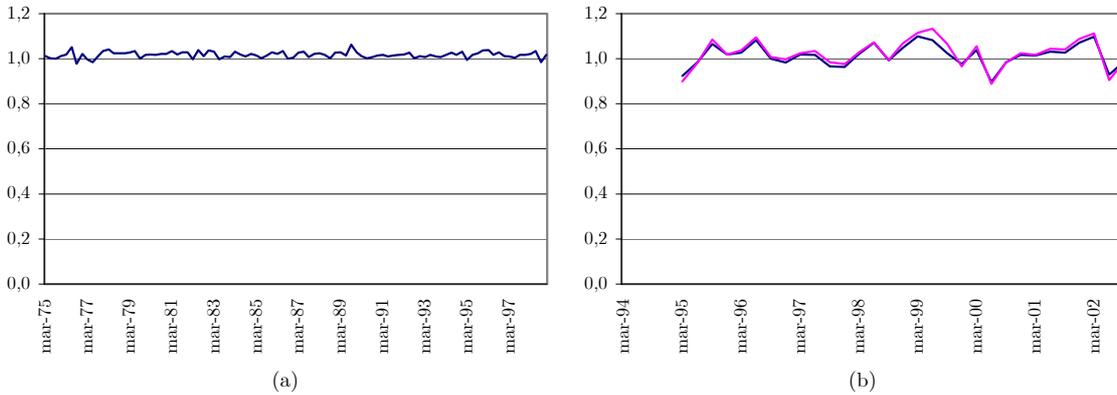


Figura 2: Retornos livre de risco implicados pelos fatores estocásticos de descontos estimados. (a) EUA (b) Brasil.

De posse das estimativas para a taxa livre de risco, foram estimados os sinais implicados para os prêmios de risco para os ativos negociados nas economias consideradas. Os sinais dos prêmios de risco foram determinados pelo sinal da média do prêmio de risco para o período compreendido entre o primeiro trimestre de 1995 e o terceiro trimestre de 2002, para o caso brasileiro, e o primeiro trimestre de 1979 e quarto trimestre de 1998, para o caso americano. Os ativos para os quais o prêmio de risco médio se encontraram entre $-0,1pp$ e $+0,1pp$ foram considerados com sinal indeterminado.¹⁴

As estimativas para os sinais dos prêmios de risco estimados desta forma foram comparados aos sinais obtidos através da correlação entre a variação do consumo e os retornos dos ativos. Analogamente ao caso anterior, os ativos com correlação

¹⁴Tanto os limiares de $\pm 0,1pp$, adotado para os prêmio de risco, quanto os de $\pm 0,05$, adotados para as correlações, foram arbitrariamente escolhido.

entre $-0,05$ e $+0,05$ com a variação do consumo foram considerados ter sinal indeterminado para o prêmio de risco. A Tabela 3 traz os percentuais de cada tipo de sinal de prêmio de risco segundo a correlação dos retornos com as variações de consumo observadas. A Tabela 4 apresenta o percentual de concordância, e não discordância, ocorrido entre o sinal do prêmio de risco determinado segundo a correlação com consumo e o sinal determinado segundo as taxas livre de risco implicadas pelos fatores estocásticos de descontos considerados. Para o caso brasileiro são apresentados os resultados obtidos considerando dois conjuntos de informações sobre retornos: *i*) o primeiro, identificado por *Desagregado*, considera os retornos de ações desagregadamente, *ii*) enquanto o segundo, identificado por *Setores*, considera os retornos dos setores industriais conforme classificação da BOVESPA.

Foi considerada como uma não discordância entre os sinais quando apenas um dos dois sinais considerados era indeterminado, os casos de coincidência de dois sinais indeterminados foram computados como concordâncias. Assim, no mais favorável dos casos, o percentual de concordância chega à soma dos percentuais de concordância e não discordância.

Tabela 3: Percentual de ocorrência de sinal de prêmio de risco.

		Positivo	Negativo	Indeterminado
Brasil	Desagregado	21,4%	55,4%	23,2%
	Setores	22,7%	63,6%	13,6%
Estados Unidos		80,0%	6,7%	13,3%

Percentual de ocorrência de cada tipo de sinal de prêmio de risco segundo a correlação do retorno dos ativos com a variação do consumo.

O percentual de ocorrências de sinais de prêmio de risco obtidos para os dois países difere de maneira relevante. O resultado obtido para os Estados Unidos é intuitivo, já que a grande maioria dos ativos têm prêmio de risco positivo. Vale

lembrar que os ativos com prêmio de risco negativo são utilizados como seguro, uma vez que têm correlação negativa com o ciclo de variação do consumo. Por outro lado, os resultados obtidos para o caso brasileiro sugerem a ocorrência de uma situação particular durante o período considerado, uma vez que há uma indicação de que a maior parte dos ativos considerados está sendo demandada como seguro. Tal resultado se torna ainda mais intrigante quando se atenta para o fato de que a maior parte da informação considerada é referente ao retorno de ativos negociados em bolsa de valores, normalmente tidos como investimentos de risco.

Tabela 4: Percentuais de concordância e não discordância

Brasil	Setores	Concord.	30,4%
		Não Discord.	30,4%
	Total	Concord.	39,1%
		Não Discord.	26,1%
EUA	Concord.		60,0%
	Não Discord.		20,0%

Percentual de concordância / não discordância entre os sinais de prêmio de risco determinados pela taxa de retorno livre de risco implicadas pelos fatores estocásticos de descontos estimados para cada país e os sinais determinados pela correlação com

Da mesma forma que para a Tabela 3, uma análise da Tabela 4 leva a conclusões diferentes para os casos brasileiro e americano. Para o caso americano, o prêmio de risco obtido através do fator estocástico de descontos apresenta um grande percentual de concordância entre os sinais dos prêmios de risco obtidos pelas duas maneiras propostas, sendo não inferior a 60% e podendo chegar a 80% no melhor caso.

Para o caso brasileiro entretando, um percentual menor de concordâncias é observado. Assim, considerando uma possível incompatibilidade observada entre o fator estocástico de descontos estimado e uma característica básica do CCAPM, pode-se esperar que os testes efetuados utilizando a estimativa do fator estocástico de

descontos correspondente venha a rejeitar a teoria de consumo desenvolvida nestas bases.

4.4 Teste de Apreçamento

Nesta subseção os resultados do teste de apreçamento de ativos obtido utilizando o fator estocástico de descontos estimado aplicando a metodologia de componentes comuns, descrito na Seção 2.3.2, é apresentado. Foram efetuados testes tanto para o caso brasileiro quanto para o caso americano.

É importante ressaltar um problema teórico apresentado pelo teste de apreçamento efetuado sobre o fator estocástico de descontos estimado utilizando a metodologia de componentes comuns. Quando se considera para o teste o mesmo conjunto de ativos utilizado para a estimação do fator estocástico de descontos, o resultado de tal teste é tautológico. Isto se deve ao fato de que para a obtenção do estimador de m se utilizar diretamente uma versão incondicional da Equação de Apreçamento. Desta forma a estatística de teste será teoricamente nula, se desviando de tal valor apenas pelo acúmulo de erros de arredondamento

Considerando tal aspecto, para o caso brasileiro foram empregados dois conjuntos de retornos para o teste de apreçamento. Então, utilizou-se o fator estocástico de descontos obtido empregando um conjunto para apreçar os retornos do outro. Para o caso americano, apesar de não se utilizar um conjunto de ativos diferente para o apreçamento, optou-se por apresentar o resultado do teste, de modo a se poder avaliar os desvios obtidos.

Tabela 5: Estatísticas dos apreçamentos obtidos utilizando a metodologia de componentes comuns

		Média	Desvio	z-stat	Mínimo	Máximo	Desvio Máx*
Brasil	Desagregado	0,989	0,041	-0,262	0,921	1,133	0,212
	Setores	1,012	0,055	0,219	0,876	1,172	0,296
EUA		1,000	0,008	0,000	0,983	1,010	0,028

* - Esta coluna corresponde à diferença entre as colunas Máximo e Mínimo.

O fato de o teste de apreçamento não rejeitar a hipótese em teste quando se emprega um apreçamento cruzado¹⁵ mostra que a restrição do conjunto de retornos aliada à classificação em setores realizada foi adequada, resultando em um apreçamento estatisticamente significativo. Além disso, observa-se que os resultados obtidos para o caso americano são particularmente favoráveis, uma vez que as medidas apresentadas indicam uma dispersão muito pequena ao redor do 1.

4.5 Modelos de Consumo

As subseções anteriores buscaram apresentar algumas propriedades dos fatores estocásticos de descontos estimados de modo a fornecer indicações sobre a confiabilidade das estimativas obtidas para os parâmetros das funções utilidade consideradas. São apresentadas nesta parte do trabalho os resultados das estimações de 6 especificações para o caso brasileiro e 6 para o caso americano.

Em ambos os casos, as regressões resultam da consideração de: *i)* 3 especificações de função utilidade, *ii)* 1 série de consumo e *iii)* 2 métodos de estimação, mínimos quadrados e método generalizado dos momentos. De fato, os resultados apresentados para o método generalizado dos momentos correspondem à especificação correspondente à mediana dos resultados obtidos considerando

¹⁵O termo apreçamento cruzado significa aqui empregar o fator estocástico de descontos obtido utilizando um subconjunto de retorno para apreçar outro subconjunto, e vice-versa.

alternativas de instrumentos. Os resultados associados aos outros conjuntos de instrumentos considerados são apresentados no Apêndice B.¹⁶

A Tabela 6 traz os resultados obtidos para a estimação de modelos de consumo para o caso brasileiro empregando o fator estocástico de descontos obtido considerando os dados de retorno de maneira desagregada. Observa-se, que as estimativas obtidas usando MGM não são rejeitadas pelo teste TJ, o que indica a adequação dos modelo e instrumentos empregados. Enquanto as obtidas usando MQO são rejeitadas por um teste F. Além disso, observa-se que de uma maneira geral a significância individual dos coeficientes obtidos neste caso é muito baixa. Tais constatações sugerem considerar apenas os resultados obtidos por MGM para fins de análise.

Desta forma, observa-se a rejeição das especificações de função utilidade com hábito externo e de Kreps-Porteus em favor da especificação CRRA. Assim, da especificação 1, obtem-se um coeficiente de aversão ao risco (γ) de 2,25 e uma taxa de desconto intertemporal (β) de 0,955. Comparando tais valores aos encontrados na literatura, observa-se que o coeficiente de aversão ao risco está em linha com os resultados obtidos em Issler & Piqueira (2000), bem como com os valores defendidos como aceitáveis na literatura de ciclos reais de negócios. Já o valor obtido para a taxa de substituição intertemporal implica em uma taxa real de longo prazo¹⁷ livre de risco de cerca de 20% ao ano, que é extremamente elevada. Novamente, tal resultado pode ser justificado pelo período considerado para a estimação.

¹⁶Além de tais estimativas, são apresentadas no Apêndice D aos resultados obtidos empregando o fator estocástico de descontos extraído das informações agregadas de retorno.

¹⁷Esperança incondicional da taxa livre de risco de um período.

Tabela 6: Modelos de consumo para o caso brasileiro (dados desagregados)

Especificação		1	2	3	4	5	6
		CRRRA		Hab. Externo		Kreps-Porteus	
		MGM ⁺	MQO	MGM ⁺	MQO	MGM ⁺	MQO
Cte	Coef	-0,046	-0,037	-0,060	-0,041	-0,152	-0,303
	Desvio	0,019	0,027	0,030	0,028	0,260	0,129
	Prob	0,022	0,173	0,054	0,151	0,564	0,027
dlog(c)	Coef	-2,257	0,058	-1,861	0,709	-2,568	0,131
	Desvio	0,970	0,333	1,997	0,684	1,145	0,313
	Prob	0,028	0,864	0,361	0,310	0,034	0,679
dlog(c(-1))	Coef	-	-	-0,043	1,132	-	-
	Desvio	-	-	1,339	0,671	-	-
	Prob	-	-	0,975	0,101	-	-
log(B)	Coef	-	-	-	-	0,084	0,258
	Desvio	-	-	-	-	0,246	0,140
	Prob	-	-	-	-	0,738	0,076
Correlação*		não	não	não	não	não	não
Efeitos ARCH**		não	não	não	não	não	não
Variável	dlog(c(-1))	-	-	sim	não	-	-
Redundante***	log(B)	-	-	-	-	sim	não
Adequação ⁺⁺		sim	não	sim	não	sim	não
N de Observações		27	29	26	28	27	29
β	Valor	0,955	0,963	0,941	0,959	0,859	0,786
	Desvio	0,018	0,026	0,028	0,027	0,181	0,060
γ	Valor	2,257	-0,058	1,861	-0,709	2,568	-0,104
	Desvio	0,970	0,333	1,997	0,684	0,932	0,244
κ	Valor	-	-	-0,050	-0,663	-	-
	Desvio	-	-	1,460	0,298	-	-
θ	Valor	-	-	-	-	1,084	1,258
	Desvio	-	-	-	-	0,246	0,140

*. Teste para correlação serial nos resíduos até o 4º lag a 10%. MGM usa teste Ljung-Box. MQO usa teste LM.

**-. Teste para correlação serial nos resíduos ao quadrado até o 4º lag a 10%. MGM usa teste Ljung-Box. MQO usa teste LM.

***-. Teste de Wald a 10% de significância.

⁺- É apresentado o resultado correspondente ao conjunto de instrumentos utilizado que resulta no valor mediano para o coeficiente de dlog(c).

⁺⁺- A adequação testada através do teste TJ de sobreidentificação, no caso do MGM, e do teste F, no caso do MQO.

A Tabela 7 traz os resultados obtidos para o caso americano. Também neste caso se observa a inadequação das estimativas obtidas pela aplicação do método de MQO, a menos da especificação 6. Novamente, as estimativas obtidas por MGM não são rejeitadas no teste TJ. No teste de variável redundantes as especificações com

hábito externo e de Kreps-Porteus são rejeitadas em favor da especificação CRRA.

Tabela 7: Modelos de consumo para o caso americano

Especificação		1	2	3	4	5	6
		CRRA		Hab. Externo		Kreps-Porteus	
		MGM ⁺	MQO	MGM ⁺	MQO	MGM ⁺	MQO
Cte	Coef	-0,025	-0,023	-0,026	-0,023	0,002	0,000
	Desvio	0,007	0,007	0,005	0,007	0,023	0,004
	Prob	0,001	0,001	0,000	0,002	0,936	0,991
dlog(c)	Coef	-2,087	-0,906	-2,498	-0,800	-0,596	-0,027
	Desvio	1,009	0,660	0,605	0,763	0,619	0,287
	Prob	0,042	0,174	0,000	0,298	0,339	0,926
dlog(c(-1))	Coef	-	-	0,125	-0,166	-	-
	Desvio	-	-	0,791	0,808	-	-
	Prob	-	-	0,875	0,838	-	-
log(B)	Coef	-	-	-	-	-0,902	-0,758
	Desvio	-	-	-	-	0,800	0,056
	Prob	-	-	-	-	0,263	0,000
Correlação*		não	não	não	não	não	não
Efeitos ARCH**		não	não	não	não	não	não ⁺⁺
Variável	dlog(c(-1))	-	-	sim	sim	-	-
Redundante***	log(B)	-	-	-	-	sim	não
Adequação ⁺⁺⁺		sim	não	sim	não	sim	sim
N de Observações		77	77	77	77	77	77
β	Valor	0,975	0,977	0,975	0,977	1,002	1,000
	Desvio	0,007	0,007	0,005	0,007	0,395	0,018
γ	Valor	2,087	0,906	2,498	0,800	0,596	0,110
	Desvio	1,009	0,660	0,605	0,763	46,171	1,184
κ	Valor	-	-	0,083	0,831	-	-
	Desvio	-	-	0,512	3,659	-	-
θ	Valor	-	-	-	-	0,098	0,242
	Desvio	-	-	-	-	0,800	0,056

*- Teste para correlação serial nos resíduos até o 4º lag a 5%. MGM usa teste Ljung-Box. MQO usa teste LM.

** - Teste para correlação serial nos resíduos ao quadrado até o 4º lag a 5%. MGM usa teste Ljung-Box. MQO usa teste LM.

*** - Teste de Wald a 5% de significância.

⁺ - É apresentado o resultado correspondente ao conjunto de instrumentos utilizado que resulta no valor mediano para o coeficiente de dlog(c)

⁺⁺ - Resultado alterado a 10% de significância.

⁺⁺⁺ - A adequação é testada através do teste TJ de sobreidentificação, no caso do MGM, e do teste F, no caso do MQO.

A especificação 6 tem um comportamento diferente do padrão observado para o método de MQO. Uma análise dos coeficientes de tal regressão mostra que o fator estocástico de descontos é explicado quase que unicamente pela taxa de retorno do

índice S&P500, sendo que a variação do consumo não entra significativamente na equação. Tais fatos implicam em uma rejeição de tal modelo de consumo.

Resta então a especificação 1, que utiliza a forma funcional CRRA para descrever a preferência dos indivíduos. Os parâmetros estruturais neste caso são $\beta = 0,975$ e $\gamma = 2,087$. A taxa de descontos intertemporal (β) obtida é muito baixa, equivalendo a uma taxa real de longo prazo livre de risco de mais de 10% ao ano.

O parâmetro de aversão ao risco obtido é bem menor do que o apresentado em quase totalidade da literatura, onde os valores se situam entre 30 e 60 em trabalhos como Hansen & Singleton (1983) e Prescott & Mehra (1985), constituindo desta forma um avanço não desprezível. Além disso deve-se ressaltar que tais valores estão em linha com os valores que a literatura de ciclos reais de negócios costuma defender como razoáveis, situados normalmente abaixo de 2,5. Só recentemente valores desta ordem de grandeza foram obtidos em Mulligan (2001), em um extenso trabalho sobre a taxa de retorno do capital agregado da economia americana e a elasticidade intertemporal de substituição,¹⁸ tendo sido em tal trabalho obtidos coeficientes de aversão ao risco entre 0,6 e 3,2.

5 Considerações Finais e Extensões

Este trabalho apresenta duas metodologias para a estimação consistente da série não observável de fator estocástico de descontos de uma economia. As estimativas baseadas em um dos métodos apresentados foram utilizadas para duas finalidades. Primeira, testar modelos de consumo, caracterizados por especificações alternativas

¹⁸No contexto deste trabalho a taxa de aversão ao risco é o inverso da elasticidade intertemporal de substituição.

de função utilidade. Segunda, apresentar uma maneira alternativa para a obtenção de estimativas dos parâmetros estruturais de algumas preferências muito utilizadas na literatura econômica. Apesar da aplicação escolhida, a metodologia apresentada é genérica, permitindo portanto sua utilização em outros problemas onde o fator estocástico de descontos seja importante, particularmente nos campos de finanças e macroeconomia.

Aplicando a metodologia proposta, os modelos de consumo baseados na especificação CRRA para a preferência dos agentes foi indicada como estatisticamente adequada, tanto para o caso brasileiro quanto para o caso americano.

Para o caso brasileiro, o parâmetro de aversão ao risco encontra-se em concordância com a literatura pregressa. Já para o caso americano, se obteve um parâmetro de aversão ao risco de aproximadamente 2, mais de dez vezes menor que os resultados normalmente encontrados na literatura. Este resultado é compatível com a literatura de ciclos reais de negócios e também com um dos trabalhos mais recentes na área. Este é, ao lado da consistência dos estimadores propostos, um dos resultados mais importantes deste trabalho.

Além disso, apesar da obtenção de dois estimadores consistentes para o fator estocástico de descontos, suas propriedades diferem em vários aspectos. Considerando a instabilidade numérica observada em testes preliminares utilizando a metodologia baseada em teoria de finanças, os resultados obtidos para este caso não foram reportados neste trabalho. Tais discrepâncias sugerem que as propriedades em amostra finitas destes estimadores são de grande importância para a determinação da aplicabilidade dos mesmos. Assim um passo natural seria estudar a eficiência

relativa entre os estimadores obtidos, bem como suas propriedades em pequena amostras.

Uma outra possível extensão do presente trabalho é referente ao estimador baseado na literatura de componentes comuns. Não é claro que a utilização de um número irregular de ativos a cada período afete as propriedades de tal estimador. Caso isto se verifique, poderia-se aplicar tal estimador a um período maior utilizando toda a informação de retorno disponível. Resta entretanto para isso, entender melhor as implicações da utilização de uma amostra irregular.

Além do exposto, poderia-se experimentar outros métodos de estimação. Particularmente, algum método baseado na minimização da distância, sob métricas alternativas, entre uma estimativa não paramétrica obtida e a forma paramétrica decorrente da adoção de uma dada função utilidade. Neste aspecto, seria um interessante problema a se resolver a determinação das estatísticas assintóticas de tal formulação.

Referências

- [1] Attanasio, O. & Browning, M. (1995), “Consumption over the Life Cycle and over the Business Cycle”. *American Economic Review*, 85(5):1118-1137.
- [2] Bernanke, B. (1985), “Adjustment Costs, Durable Goods and Aggregate Consumption”. *Journal of Monetary Economics*, 15:41-68.
- [3] Blanchard, O. J. & Fischer, S. (1989) “Lectures on Macroeconomics”. The MIT Press, Massachusetts, USA.
- [4] Campbell, J. & Deaton, A. (1989), “Why is Consumption so Smooth?”. *Review of Economic Studies*, 56:357-374.
- [5] Campbell, J. & Mankiw, G. (1989), “Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence”. *NBER Macroeconomics Annual*, 4:185-216.
- [6] Campbell, J. (1987), “Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An Alternative Test of the Permanent Income Hypothesis”. *Econometrica*, 55(6):1249-73.
- [7] Carroll, C. & Samwick, A. (1998), “How Important is Precautionary Saving”. *Review of Economics and Statistics*, 80(3):410-419.
- [8] Croux, C.; Forni, M. & Reichlin, L. (2001), “A Measure of Comovement for Economic Variables: Theory and Empirics”. *The Review of Economics & Statistics*, 2001, vol. 83, issue 2, pages 232-241.

- [9] Davidson, J. (1994), "Stochastic Limit Theory", Oxford University Press, New York, USA
- [10] Engle, R. & Marcucci, J. (2003), "Common Features: An Overview of Theory and Applications", *Journal of Applied Econometrics*, a ser publicado.
- [11] Flavin, M. (1981), "The Adjustment of Consumption to Changing Expectations About Future Income". *Journal of Political Economy*, 89(5):974-1009.
- [12] Forni, M.; Hallin, M.; Lippi, M. & Reichlin, L. (2000), "The Generalized Dynamic Factor Model: Identification and Estimation". *The Review of Economics & Statistics*, 2000, vol. 82, issue 4, pages 540-554.
- [13] Hall, R. (1978), "Stochastic Implications of the Life Cycle Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence". *Journal of Political Economy*, 86(6):971-987.
- [14] Hansen, L. & Singleton, K.(1983), "Stochastic Consumption, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Asset Returns". *Journal of Political Economy*, 91(2):249-265.
- [15] Hansen, L. P. & Jagannathan, R. (1991), "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies". *Journal of Political Economy*, 99(2):225-262.
- [16] Issler, J. V. & Piqueira, N. S. (2000), "Estimating Relative Risk Aversion, the Discount Rate, and the Intertemporal Elasticity of Consumption for Brazil Using Three Types of Utility Function". *Brazilian Economic Review of Econometrics*, 20(2):201-239.

- [17] Lusardi, A. (1996), “Permanent Income, Current Income and Consumption: Evidence from Two Panel Datasets”. *Journal of Business and Economics Statistics*, 14(1):81-90
- [18] Mankiw, G. (1982), “Hall’s Consumption Hypothesis and Durable Goods”. *Journal of Monetary Economics*, 10:417-425.
- [19] Mulligan, C. (2001), “Capital, Interest, and Aggregate Intertemporal Substitution during the 20th Century”. Mimeo, University of Chicago. Artigo apresentado no Congresso Europeu da Econometric Society, Lausanne, 2001
- [20] Runkle, D. (1991), “Liquidity Constraints and the Permanent Income Hypothesis: Evidence from Panel Data”. *Journal of Monetary Economics*, 27(1):73-98.
- [21] Stock, J. & West, K. (1988), “Integrated Regressors and Tests of the Permanent Income Hypothesis”. *Journal of Monetary Economics*, 21:85-95.
- [22] Zeldes, S. (1989), “Consumption and Liquidity Constraints on Consumption”. *Journal of Political Economy*, 97(2):305-346.

A Demonstração (Prop. 1 e 2)

Proposição 1 Para um conjunto de processos de retorno bruto $\{R_t^i\}$ com $(i, t) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, T\}$ condicionalmente homocedásticos $\forall i$ e lognormais $\forall t$, o fator estocástico de descontos m_t pode ser consistentemente estimado $\forall t$, a medida que N e T vão para infinito à mesma taxa, através da expressão:

$$\hat{m}_t = \frac{\overline{R}_t^G}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\overline{R}_t^G \overline{R}_t^A \right)}$$

onde $\overline{R}_t^G = \prod_{i=1}^N \left[(R_{t+1}^i)^{-\frac{1}{N}} \right]$ e $\overline{R}_t^A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_t^i$.

Demonstração. Relembrando as definições :

$$\begin{aligned} \delta_{m,t}^2 &\equiv E_t [\ln m_{t+1} - E_t (\ln m_{t+1})]^2 \\ \delta_{i,t}^2 &\equiv E_t [\ln R_{t+1}^i - E_t (\ln R_{t+1}^i)]^2 \\ \delta_{im,t} &\equiv E_t \{ [\ln m_{t+1} - E_t (\ln m_{t+1})] [\ln R_{t+1}^i - E_t (\ln R_{t+1}^i)] \} \end{aligned}$$

sob a hipótese de homocedasticidade condicional $\delta_{m,t}^2$, $\delta_{i,t}^2$ e $\delta_{im,t}$ são independentes do tempo. Assim: $\delta_{m,t}^2 \equiv \delta_m^2$, $\delta_{i,t}^2 \equiv \delta_i^2$ e $\delta_{im,t} \equiv \delta_{im}$. Resultando pela definição de $\chi_{m,t}^i$ em:

$$\ln \chi_{m,t}^i = \ln \chi_m^i = \frac{1}{2} (\delta_m^2 + 2\delta_{im} + \delta_i^2)$$

que substituindo em $\ln R_{t+1}^i = -\ln m_{t+1} - \ln \chi_{m,t}^i + \varepsilon_{t+1}^i$ onde $E_t \varepsilon_{t+1}^i = 0$, resulta em:

$$\ln R_{t+1}^i = -\ln m_{t+1} - \ln \chi_m^i + \varepsilon_{t+1}^i$$

Somando sobre os ativos e dividindo por seu número total (N):

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln R_{t+1}^i &= -\ln m_{t+1} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \chi_m^i + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{t+1}^i \\ \ln \left(\prod_{i=1}^N (R_{t+1}^i)^{\frac{1}{N}} \right) &= -\ln (\chi_m m_{t+1}) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{t+1}^i \end{aligned} \quad (11)$$

onde $\ln \chi_m \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \chi_m^i$.

Segue da Equação (11) que um estimador consistente, a medida que N tende a infinito, para o produto $\tilde{m}_t \equiv \chi_m m_t$ é dado por:

$$\widehat{\tilde{m}}_t = \prod_{i=1}^N \left[(R_t^i)^{-\frac{1}{N}} \right]$$

Entretanto \tilde{m}_t difere de m_t por uma constante multiplicativa χ_m , resta então propor uma maneira consistente para estimá-la. Tomando uma expressão análoga à Equação de Apreçamento:

$$\begin{aligned} E_t \{ \tilde{m}_{t+1} R_{t+1}^i \} &= \chi_m E_t \{ m_{t+1} R_{t+1}^i \} \\ \chi_m &= E_t \{ \tilde{m}_{t+1} R_{t+1}^i \} \quad \forall i = 1, \dots, N \end{aligned}$$

tomando a esperança incondicional:

$$\chi_m = E \{ \tilde{m}_{t+1} R_{t+1}^i \} \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

fazendo uma média ao longo dos ativos:

$$\chi_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E \{ \tilde{m}_{t+1} R_{t+1}^i \}$$

Sob as hipóteses discutidas, um estimador consistente para χ_m , é dado por:

$$\begin{aligned}\widehat{\chi}_m &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \widehat{m}_t R_t^i \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\widehat{m}_t \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_t^i \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[\left(\prod_{i=1}^N [(R_t^i)^{-\frac{1}{N}}] \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_t^i \right) \right]\end{aligned}$$

sendo $\widehat{\chi}_m$ um estimador consistente de χ_m quando T vai para infinito.

Denominando por fim:

$$\begin{aligned}\overline{R}_t^G &= \prod_{i=1}^N [(R_t^i)^{-\frac{1}{N}}] \\ \overline{R}_t^A &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_t^i\end{aligned}$$

podemos reescrever:

$$\begin{aligned}\widehat{m}_t &= \overline{R}_t^G \\ \widehat{\chi}_m &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\overline{R}_t^G \overline{R}_t^A \right)\end{aligned}$$

Com isso, podemos obter um estimador consistente para m_t , quanto N e T vão para infinito, por:

$$\widehat{m}_t = \frac{\widehat{m}_t}{\widehat{\chi}_m}$$

ou finalmente:

$$\widehat{m}_t = \frac{\overline{R}_t^G}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\overline{R}_t^G \overline{R}_t^A \right)} \quad (12)$$

■

Proposição 2 *Se processos de retorno bruto $\{R_t^i\}$ com $(i, t) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, T\}$ lognormais $\forall t$ são homecedásticos a menos de subconjunto de índices i ,*

cujos o número de elementos é limitado por $N^{1-\delta}$, com $\delta > 0$, e têm variância uniformemente limitada em T então o fator estocástico de descontos m_t pode ser consistentemente estimado $\forall t$ através da mesma expressão dada na **Proposição 1**, a medida que N e T vão à mesma taxa para infinito.

Demonstração. Como $\widehat{m}_t = \overline{R}_t^G$ é um estimador consistente de $\widetilde{m}_t \equiv \chi_{m,t} m_t$, basta verificar se o estimador proposto para $\chi_{m,t}$ é consistente.

Sem perda de generalidade, suponha que os k_N primeiros processos de retorno são heterocedásticos.

$\chi_{m,t}$ pode ser expresso por:

$$\ln \chi_{m,t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k_N} \ln \chi_{m,t}^i + \left(\frac{N - k_N}{N} \right) \frac{1}{N - k_N} \sum_{i=k_N+1}^N \ln \chi_m^i$$

Da hipótese de variância uniformemente limitada resulta que $\exists \bar{M} > 0$ tal que $|\ln \chi_{m,t}^i| \leq \bar{M} \forall (i, t)$. Assim o primeiro somatório do lado direito da equação anterior é limitado por uma soma finitas de elementos finitos, logo quando N vai para infinito seu valor se torna desprezível.

Da hipótese de $k_N \leq N^{1-\delta}$, com $\delta > 0$, resulta:

$$\frac{N - N^{1-\delta}}{N} \leq \frac{N - k_N}{N} \leq 1, \quad N \geq 1$$

tomando limite da desigualdade:

$$\begin{aligned} \lim_N \frac{N - N^{1-\delta}}{N} &\leq \lim_N \frac{N - k_N}{N} \leq 1 \\ \lim_N \frac{N}{N} (1 - N^{-\delta}) &\leq \lim_N \frac{N - k_N}{N} \leq 1 \end{aligned}$$

resultando em:

$$\lim_N \frac{N - k_N}{N} = 1$$

Conclui-se assim que $\ln \chi_{m,t}$ tem o mesmo comportamento assintótico que $\frac{1}{N-k_N} \sum_{i=k_N+1}^N \ln \chi_m^i$. Portanto, para manter válidas as propriedades assintóticas é suficiente obter um estimador consistente para:

$$\frac{1}{N-k_N} \sum_{i=k_N+1}^N \ln \chi_m^i$$

Uma vez que para o conjunto de ativos ativos com $i \geq k_N + 1$ a propriedade de homocedasticidade condicional é válida, o problema recai no caso anterior.

Assim, um estimador consistente para $\chi_{m,t}$ é dado por $\check{\chi}_m$, definido a seguir. Entretanto para a aplicação de tal estimador é necessário conhecer k_N , que é a princípio desconhecido.

$$\check{\chi}_m \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[\left(\prod_{i=k_N+1}^N [(R_t^i)^{-\frac{1}{N-k_N}}] \right) \left(\frac{1}{N-k_N} \sum_{i=k_N+1}^N R_t^i \right) \right]$$

Observe finalmente que, empregando um argumento análogo ao utilizado na primeira parte desta demonstração, o estimador $\hat{\chi}_m$ tem o mesmo comportamento assintótico que o estimador $\check{\chi}_m$. Logo $\hat{\chi}_m$ estima $\chi_{m,t}$ consistentemente. ■

B Estimativas por MGM

B.1 Caso Americano

Tabela B.1.1: Instrumentos utilizados nas estimações por MGM no caso americano

Especificação	Obs	Instrumentos
CRRA	1	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1)) log(B(-2))
	2	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1))
	3	77 Cte log(m(-1)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1))
Hab Ext	1	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) dlog(c(-3)) log(B(-1)) log(B(-2))
	2	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1)) log(B(-2))
	3	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) dlog(c(-3)) log(B(-1))
	4	77 Cte log(m(-1)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) dlog(c(-3)) log(B(-1))
K&P	1	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1)) log(B(-2))
	2	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1))
	3	77 Cte log(m(-1)) log(m(-2)) dlog(c(-1)) log(B(-1)) log(B(-2))
	4	77 Cte log(m(-1)) dlog(c(-1)) dlog(c(-2)) log(B(-1)) log(B(-2))

No caso americano foi adotado como retorno de mercado (B) o retorno do índice S&P500

K&P denota a especificação utilizando a preferência de Kreps e Porteus

Tabela B.1.2: Estimativas obtidas por MGM para o caso americano

Especificação	Cte	Prob	dlog(c)	Prob	dlog(c(-1))	Prob	log(B)	Prob	TJ-stat	Prob	
CRRA	1	-0,024	0,000	-1,979	0,023	-	-	-	-	1,706	0,888
	2	-0,025	0,001	-2,087	0,042	-	-	-	-	1,667	0,797
	3	-0,025	0,001	-2,186	0,039	-	-	-	-	1,531	0,675
Hab Ext	1	-0,026	0,000	-2,498	0,000	0,125	0,875	-	-	1,959	0,855
	2	-0,024	0,000	-1,998	0,045	0,042	0,957	-	-	1,697	0,791
	3	-0,028	0,000	-2,962	0,005	0,531	0,596	-	-	1,690	0,793
	4	-0,027	0,000	-2,876	0,006	0,453	0,657	-	-	1,303	0,728
K&P	1	0,003	0,801	-0,602	0,312	-	-	-0,959	0,032	0,279	0,991
	2	0,005	0,703	-0,557	0,366	-	-	-1,048	0,039	0,014	1,000
	3	0,002	0,936	-0,596	0,339	-	-	-0,902	0,263	0,284	0,963
	4	0,006	0,701	-0,529	0,433	-	-	-1,074	0,064	0,110	0,991

K&P denota a especificação utilizando a preferência de Kreps e Porteus

B.2 Caso Brasileiro

B.2.1 Dados agregados

Tabela B.2.1: Instrumentos utilizados nas estimações por MGM no caso brasileiro com dados agregados

Especificação	Obs	Instrumentos
CRRRA	1	27 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	2	28 Cte $d\log(c(-1))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	3	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
	4	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$
	5	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
	6	28 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	7	27 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
Hab Ext	1	27 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	2	27 Cte $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	3	26 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-2))$ $d\log(c(-3))$ $\log(B(-2))$
	4	26 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $d\log(c(-3))$ $\log(B(-2))$
	5	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
	6	28 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	7	27 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
K&P	1	27 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	2	27 Cte $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	3	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$
	4	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
	5	27 Cte $\log(m(-2))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$
	6	28 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$
	7	27 Cte $\log(m(-1))$ $d\log(c(-1))$ $d\log(c(-2))$ $\log(B(-1))$ $\log(B(-2))$ $\log(B(-3))$

No caso brasileiro foi adotado como retorno de mercado o retorno do índice Ibovespa

O fator estocástico referido nesta tabela é o obtido considerando as informações de retorno dos ativos agregada em setores

K&P denota a especificação utilizando a preferência de Kreps e Porteus

Tabela B.2.2: Estimativas obtidas por MGM para o caso brasileiro com dados agregados

Especificação	Cte	Prob	dlog(c)	Prob	dlog(c(-1))	Prob	log(B)	Prob	TJ-stat	Prob	
CRRA	1	-0,035	0,035	-1,333	0,088	-	-	-	2,524	0,640	
	2	-0,042	0,087	-2,563	0,061	-	-	-	1,227	0,542	
	3	-0,045	0,060	-1,468	0,120	-	-	-	2,343	0,310	
	4	-0,044	0,034	-1,585	0,057	-	-	-	2,262	0,520	
	5	-0,038	0,101	-1,984	0,022	-	-	-	2,349	0,503	
	6	-0,023	0,145	-1,573	0,095	-	-	-	2,767	0,429	
	7	-0,029	0,054	-1,636	0,037	-	-	-	3,382	0,641	
Hab Ext	1	-0,035	0,103	-1,301	0,368	0,023	0,980	-	2,527	0,470	
	2	-0,034	0,393	-4,607	0,252	-1,925	0,460	-	0,102	0,950	
	3	-0,043	0,153	-2,514	0,378	-1,170	0,622	-	1,534	0,464	
	4	-0,041	0,131	-1,965	0,323	-0,390	0,774	-	1,998	0,573	
	5	-0,027	0,340	-3,615	0,287	-1,185	0,655	-	1,356	0,508	
	6	-0,020	0,428	-1,825	0,363	-0,176	0,877	-	2,571	0,276	
	7	-0,023	0,314	-2,332	0,261	-0,457	0,730	-	2,911	0,573	
K&P	1	0,036	0,794	-1,296	0,097	-	-	-0,070	0,605	2,285	0,515
	2	-0,128	0,540	-2,002	0,038	-	-	0,075	0,701	1,111	0,574
	3	-0,213	0,144	-2,192	0,020	-	-	0,157	0,247	1,120	0,571
	4	-0,160	0,281	-2,268	0,016	-	-	0,106	0,439	2,267	0,519
	5	-0,437	0,119	-3,417	0,021	-	-	0,395	0,163	0,176	0,916
	6	-0,019	0,930	-1,590	0,171	-	-	-0,004	0,986	2,756	0,252
	7	0,100	0,480	-1,430	0,068	-	-	-0,127	0,368	2,935	0,569

K&P denota a especificação utilizando a preferência de Kreps e Porteus

B.2.2 Dados desagregados

Tabela B.2.3: Instrumentos utilizados nas estimações por MGM no caso brasileiro com dados desagregados

Especificação	Obs	Instrumentos
CRRA	1	27 Cte $\log(m((-1)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$
	2	28 Cte $d\log(c((-1)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$
	3	27 Cte $\log(m((-2)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-2)))$
	4	27 Cte $\log(m((-2)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-2)))$ $\log(B((-3)))$
	5	27 Cte LMSTR(-1) $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$ $\log(B((-3)))$
Hab Ext	1	27 Cte $\log(m((-1)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$
	2	27 Cte $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$
	3	26 Cte $\log(m((-2)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $d\log(c((-3)))$ $\log(B((-2)))$
	4	27 Cte $\log(m((-2)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-2)))$ $\log(B((-3)))$
	5	27 Cte $\log(m((-1)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$ $\log(B((-3)))$
K&P	1	27 Cte $\log(m((-1)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$
	2	27 Cte $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$
	3	27 Cte $\log(m((-2)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-2)))$
	4	27 Cte $\log(m((-2)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-2)))$ $\log(B((-3)))$
	5	27 Cte $\log(m((-1)))$ $d\log(c((-1)))$ $d\log(c((-2)))$ $\log(B((-1)))$ $\log(B((-2)))$ $\log(B((-3)))$

No caso brasileiro foi adotado como retorno de mercado (B) o retorno do índice Ibovespa

O fator estocástico referido nesta tabela é o obtido considerando as informações de retorno dos ativos separadamente

K&P denota a especificação utilizando a preferência de Kreps e Porteus

Tabela B.2.4: Estimativas obtidas por MGM para o caso brasileiro com dados desagregados

Especificação		Cte	Prob	dlog(c)	Prob	dlog(c(-1))	Prob	log(B)	Prob	TJ-stat	Prob
CRRA	1	-0,054	0,011	-1,538	0,118	-	-	-	-	2,188	0,701
	2	-0,055	0,068	-3,060	0,051	-	-	-	-	0,850	0,654
	3	-0,059	0,014	-2,064	0,049	-	-	-	-	1,623	0,654
	4	-0,051	0,075	-2,532	0,019	-	-	-	-	1,860	0,602
	5	-0,046	0,022	-2,257	0,028	-	-	-	-	2,863	0,721
Hab Ext	1	-0,057	0,022	-1,251	0,340	0,267	0,757	-	-	2,183	0,535
	2	-0,048	0,323	-5,258	0,272	-1,949	0,522	-	-	0,107	0,948
	3	-0,060	0,054	-1,861	0,361	-0,043	0,975	-	-	1,911	0,591
	4	-0,042	0,220	-3,680	0,339	-0,831	0,782	-	-	1,349	0,509
	5	-0,053	0,042	-1,767	0,240	0,246	0,806	-	-	2,997	0,558
K&P	1	0,038	0,830	-1,678	0,087	-	-	-0,088	0,611	1,946	0,584
	2	-0,152	0,564	-2,568	0,034	-	-	0,084	0,738	0,910	0,634
	3	-0,220	0,272	-2,699	0,025	-	-	0,149	0,418	0,955	0,620
	4	-0,507	0,201	-4,209	0,027	-	-	0,450	0,256	0,255	0,880
	5	0,075	0,689	-1,944	0,045	-	-	-0,118	0,522	2,559	0,634

K&P denota a especificação utilizando a preferência de Kreps e Porteus

C Descrição dos Ativos Utilizados

O conjunto de dados financeiros empregado nas estimações é formado com o intuito de capturar as fontes de risco existentes na economia e com isso aumentar a representatividade do espaço expandido. Desta forma, os ativos relacionados nas duas tabelas subsequentes foram escolhidos para estudar a adequação dos modelos considerados para a explicação dos dados de consumo americano e brasileiro.

Tabela C.1: Ativos utilizados no caso americano

COMMODITIES PRICE:GOLD,LONDON NOON FIX,AVG OF DAILY RATE,\$ PER OZ
INDEX RATE: NATIONAL AVERAGE CONTRACT MORTGAGE RATE (%)
INTEREST RATE: U.S.TREASURY BILLS,SEC MKT,3-MO.(% PER ANN,NSA)
NYSE COMMON STOCK PRICE INDEX: FINANCE (12/31/65=50)
NYSE COMMON STOCK PRICE INDEX: TRANSPORTATION (12/31/65=50)
NYSE COMMON STOCK PRICE INDEX: UTILITY (12/31/65=50)
S&P S COMMON STOCK PRICE INDEX: CAPITAL GOODS (1941-43=10)
S&P S COMMON STOCK PRICE INDEX: COMPOSITE (1941-43=10)
S&P S COMMON STOCK PRICE INDEX: UTILITIES (1941-43=10)
STOCK PRICE INDEX: CANADA
STOCK PRICE INDEX: FRANCE
STOCK PRICE INDEX: GERMANY
STOCK PRICE INDEX: ITALY
STOCK PRICE INDEX: JAPAN
STOCK PRICE INDEX: UNITED KINGDOM

D Estimativas com m Agregado

Este apêndice apresenta as estimativas dos modelos de consumo considerados empregando o fator estocástico de descontos resultante da utilização dos dados de retornos agregados em setores.

Tabela D.1: Modelos de consumo para o caso brasileiro (dados agregados)

Especificação		1	2	3	4	5	6
		CRRA		Hab. Externo		Kreps-Porteus	
		MGM ⁺	MQO	MGM ⁺	MQO	MGM ⁺	MQO
Cte	Coef	-0,044	-0,025	-0,023	-0,028	-0,128	-0,258
	Desvio	0,019	0,022	0,023	0,024	0,206	0,117
	Prob	0,034	0,272	0,314	0,254	0,540	0,037
dlog(c)	Coef	-1,585	0,010	-2,332	0,410	-2,002	0,074
	Desvio	0,793	0,300	2,026	0,629	0,909	0,277
	Prob	0,057	0,974	0,261	0,520	0,038	0,791
dlog(c(-1))	Coef	-	-	-0,457	0,736	-	-
	Desvio	-	-	1,310	0,570	-	-
	Prob	-	-	0,730	0,208	-	-
log(B)	Coef	-	-	-	-	0,075	0,226
	Desvio	-	-	-	-	0,194	0,122
	Prob	-	-	-	-	0,701	0,076
Correlação*		não	não	não	não	não	não
Efeitos ARCH**		não	não	não	não	não	não
Variável	dlog(c(-1))	-	-	sim	sim	-	-
Redundante***	log(B)	-	-	-	-	sim	não
Adequação ⁺⁺		sim	não	sim	não	sim	não
N de Observações		27	29	27	28	27	29
β	Valor	0,957	0,975	0,977	0,972	0,880	0,811
	Desvio	0,019	0,022	0,022	0,023	0,151	0,061
γ	Valor	1,585	-0,010	2,332	-0,410	2,002	-0,060
	Desvio	0,793	0,300	2,026	0,629	0,735	0,222
κ	Valor	-	-	-0,343	-0,522	-	-
	Desvio	-	-	0,551	0,318	-	-
θ	Valor	-	-	-	-	1,075	1,226
	Desvio	-	-	-	-	0,194	0,122

*. Teste para correlação serial nos resíduos até o 4º lag a 10%. MGM usa teste Ljung-Box. MQO usa teste LM.

**-. Teste para correlação serial nos resíduos ao quadrado até o 4º lag a 10%. MGM usa teste Ljung-Box. MQO usa teste LM.

***. Teste de Wald a 10% de significância.

⁺ - É apresentado o resultado correspondente ao conjunto de instrumentos utilizado que resulta no valor mediano para o coeficiente de dlog(c).

⁺⁺ - A adequação testada através do teste TJ de sobreidentificação, no caso do MGM, e do teste F, no caso do MQO.

Banco Central do Brasil

Trabalhos para Discussão

Os Trabalhos para Discussão podem ser acessados na internet, no formato PDF, no endereço: <http://www.bc.gov.br>

Working Paper Series

Working Papers in PDF format can be downloaded from: <http://www.bc.gov.br>

- | | | |
|-----------|---|----------|
| 1 | Implementing Inflation Targeting in Brazil
<i>Joel Bogdanski, Alexandre Antonio Tombini and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i> | Jul/2000 |
| 2 | Política Monetária e Supervisão do Sistema Financeiro Nacional no Banco Central do Brasil
<i>Eduardo Lundberg</i> | Jul/2000 |
| | Monetary Policy and Banking Supervision Functions on the Central Bank
<i>Eduardo Lundberg</i> | Jul/2000 |
| 3 | Private Sector Participation: a Theoretical Justification of the Brazilian Position
<i>Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i> | Jul/2000 |
| 4 | An Information Theory Approach to the Aggregation of Log-Linear Models
<i>Pedro H. Albuquerque</i> | Jul/2000 |
| 5 | The Pass-Through from Depreciation to Inflation: a Panel Study
<i>Ilan Goldfajn and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i> | Jul/2000 |
| 6 | Optimal Interest Rate Rules in Inflation Targeting Frameworks
<i>José Alvaro Rodrigues Neto, Fabio Araújo and Marta Baltar J. Moreira</i> | Jul/2000 |
| 7 | Leading Indicators of Inflation for Brazil
<i>Marcelle Chauvet</i> | Sep/2000 |
| 8 | The Correlation Matrix of the Brazilian Central Bank's Standard Model for Interest Rate Market Risk
<i>José Alvaro Rodrigues Neto</i> | Sep/2000 |
| 9 | Estimating Exchange Market Pressure and Intervention Activity
<i>Emanuel-Werner Kohlscheen</i> | Nov/2000 |
| 10 | Análise do Financiamento Externo a uma Pequena Economia
Aplicação da Teoria do Prêmio Monetário ao Caso Brasileiro: 1991–1998
<i>Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior</i> | Mar/2001 |
| 11 | A Note on the Efficient Estimation of Inflation in Brazil
<i>Michael F. Bryan and Stephen G. Cecchetti</i> | Mar/2001 |
| 12 | A Test of Competition in Brazilian Banking
<i>Márcio I. Nakane</i> | Mar/2001 |

- 13 Modelos de Previsão de Insolvência Bancária no Brasil** Mar/2001
Marcio Magalhães Janot
- 14 Evaluating Core Inflation Measures for Brazil** Mar/2001
Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo
- 15 Is It Worth Tracking Dollar/Real Implied Volatility?** Mar/2001
Sandro Canesso de Andrade and Benjamin Miranda Tabak
- 16 Avaliação das Projeções do Modelo Estrutural do Banco Central do Brasil para a Taxa de Variação do IPCA** Mar/2001
Sergio Afonso Lago Alves
- Evaluation of the Central Bank of Brazil Structural Model's Inflation Forecasts in an Inflation Targeting Framework** Jul/2001
Sergio Afonso Lago Alves
- 17 Estimando o Produto Potencial Brasileiro: uma Abordagem de Função de Produção** Abr/2001
Tito Nícias Teixeira da Silva Filho
- Estimating Brazilian Potential Output: a Production Function Approach** Aug/2002
Tito Nícias Teixeira da Silva Filho
- 18 A Simple Model for Inflation Targeting in Brazil** Apr/2001
Paulo Springer de Freitas and Marcelo Kfoury Muinhos
- 19 Uncovered Interest Parity with Fundamentals: a Brazilian Exchange Rate Forecast Model** May/2001
Marcelo Kfoury Muinhos, Paulo Springer de Freitas and Fabio Araújo
- 20 Credit Channel without the LM Curve** May/2001
Victorio Y. T. Chu and Márcio I. Nakane
- 21 Os Impactos Econômicos da CPMF: Teoria e Evidência** Jun/2001
Pedro H. Albuquerque
- 22 Decentralized Portfolio Management** Jun/2001
Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak
- 23 Os Efeitos da CPMF sobre a Intermediação Financeira** Jul/2001
Sérgio Mikio Koyama e Márcio I. Nakane
- 24 Inflation Targeting in Brazil: Shocks, Backward-Looking Prices, and IMF Conditionality** Aug/2001
Joel Bogdanski, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Alexandre Antonio Tombini
- 25 Inflation Targeting in Brazil: Reviewing Two Years of Monetary Policy 1999/00** Aug/2001
Pedro Fachada
- 26 Inflation Targeting in an Open Financially Integrated Emerging Economy: the Case of Brazil** Aug/2001
Marcelo Kfoury Muinhos

- 27 **Complementaridade e Fungibilidade dos Fluxos de Capitais Internacionais** Set/2001
Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior
- 28 **Regras Monetárias e Dinâmica Macroeconômica no Brasil: uma Abordagem de Expectativas Racionais** Nov/2001
Marco Antonio Bonomo e Ricardo D. Brito
- 29 **Using a Money Demand Model to Evaluate Monetary Policies in Brazil** Nov/2001
Pedro H. Albuquerque and Solange Gouvêa
- 30 **Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates** Nov/2001
Benjamin Miranda Tabak and Sandro Canesso de Andrade
- 31 **Algumas Considerações sobre a Sazonalidade no IPCA** Nov/2001
Francisco Marcos R. Figueiredo e Roberta Blass Staub
- 32 **Crises Cambiais e Ataques Especulativos no Brasil** Nov/2001
Mauro Costa Miranda
- 33 **Monetary Policy and Inflation in Brazil (1975-2000): a VAR Estimation** Nov/2001
André Minella
- 34 **Constrained Discretion and Collective Action Problems: Reflections on the Resolution of International Financial Crises** Nov/2001
Arminio Fraga and Daniel Luiz Gleizer
- 35 **Uma Definição Operacional de Estabilidade de Preços** Dez/2001
Tito Nícias Teixeira da Silva Filho
- 36 **Can Emerging Markets Float? Should They Inflation Target?** Feb/2002
Barry Eichengreen
- 37 **Monetary Policy in Brazil: Remarks on the Inflation Targeting Regime, Public Debt Management and Open Market Operations** Mar/2002
Luiz Fernando Figueiredo, Pedro Fachada and Sérgio Goldenstein
- 38 **Volatilidade Implícita e Antecipação de Eventos de *Stress*: um Teste para o Mercado Brasileiro** Mar/2002
Frederico Pechir Gomes
- 39 **Opções sobre Dólar Comercial e Expectativas a Respeito do Comportamento da Taxa de Câmbio** Mar/2002
Paulo Castor de Castro
- 40 **Speculative Attacks on Debts, Dollarization and Optimum Currency Areas** Apr/2002
Aloísio Araujo and Márcia Leon
- 41 **Mudanças de Regime no Câmbio Brasileiro** Jun/2002
Carlos Hamilton V. Araújo e Getúlio B. da Silveira Filho
- 42 **Modelo Estrutural com Setor Externo: Endogenização do Prêmio de Risco e do Câmbio** Jun/2002
Marcelo Kfoury Muinhos, Sérgio Afonso Lago Alves e Gil Riella

- 43 **The Effects of the Brazilian ADRs Program on Domestic Market Efficiency** Jun/2002
Benjamin Miranda Tabak and Eduardo José Araújo Lima
- 44 **Estrutura Competitiva, Produtividade Industrial e Liberação Comercial no Brasil** Jun/2002
Pedro Cavalcanti Ferreira e Osmani Teixeira de Carvalho Guillén
- 45 **Optimal Monetary Policy, Gains from Commitment, and Inflation Persistence** Aug/2002
André Minella
- 46 **The Determinants of Bank Interest Spread in Brazil** Aug/2002
Tarsila Segalla Afanasieff, Priscilla Maria Villa Lhacer and Márcio I. Nakane
- 47 **Indicadores Derivados de Agregados Monetários** Set/2002
Fernando de Aquino Fonseca Neto e José Albuquerque Júnior
- 48 **Should Government Smooth Exchange Rate Risk?** Sep/2002
Ilan Goldfajn and Marcos Antonio Silveira
- 49 **Desenvolvimento do Sistema Financeiro e Crescimento Econômico no Brasil: Evidências de Causalidade** Set/2002
Orlando Carneiro de Matos
- 50 **Macroeconomic Coordination and Inflation Targeting in a Two-Country Model** Sep/2002
Eui Jung Chang, Marcelo Kfoury Muinhos and Joanílio Rodolpho Teixeira
- 51 **Credit Channel with Sovereign Credit Risk: an Empirical Test** Sep/2002
Victorio Yi Tson Chu
- 52 **Generalized Hyperbolic Distributions and Brazilian Data** Sep/2002
José Fajardo and Aquiles Farias
- 53 **Inflation Targeting in Brazil: Lessons and Challenges** Nov/2002
André Minella, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Marcelo Kfoury Muinhos
- 54 **Stock Returns and Volatility** Nov/2002
Benjamin Miranda Tabak and Solange Maria Guerra
- 55 **Componentes de Curto e Longo Prazo das Taxas de Juros no Brasil** Nov/2002
Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Osmani Teixeira de Carvalho de Guillén
- 56 **Causality and Cointegration in Stock Markets: the Case of Latin America** Dec/2002
Benjamin Miranda Tabak and Eduardo José Araújo Lima
- 57 **As Leis de Falência: uma Abordagem Econômica** Dez/2002
Aloisio Araujo
- 58 **The Random Walk Hypothesis and the Behavior of Foreign Capital Portfolio Flows: the Brazilian Stock Market Case** Dec/2002
Benjamin Miranda Tabak
- 59 **Os Preços Administrados e a Inflação no Brasil** Dez/2002
Francisco Marcos R. Figueiredo e Thaís Porto Ferreira

60	Delegated Portfolio Management <i>Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak</i>	Dec/2002
61	O Uso de Dados de Alta Frequência na Estimação da Volatilidade e do Valor em Risco para o Ibovespa <i>João Maurício de Souza Moreira e Eduardo Facó Lemgruber</i>	Dez/2002
62	Taxa de Juros e Concentração Bancária no Brasil <i>Eduardo Kiyoshi Tonooka e Sérgio Mikio Koyama</i>	Fev/2003
63	Optimal Monetary Rules: the Case of Brazil <i>Charles Lima de Almeida, Marco Aurélio Peres, Geraldo da Silva e Souza and Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
64	Medium-Size Macroeconomic Model for the Brazilian Economy <i>Marcelo Kfoury Muinhos and Sergio Afonso Lago Alves</i>	Feb/2003
65	On the Information Content of Oil Future Prices <i>Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
66	A Taxa de Juros de Equilíbrio: uma Abordagem Múltipla <i>Pedro Calhman de Miranda e Marcelo Kfoury Muinhos</i>	Fev/2003
67	Avaliação de Métodos de Cálculo de Exigência de Capital para Risco de Mercado de Carteiras de Ações no Brasil <i>Gustavo S. Araújo, João Maurício S. Moreira e Ricardo S. Maia Clemente</i>	Fev/2003
68	Real Balances in the Utility Function: Evidence for Brazil <i>Leonardo Soriano de Alencar and Márcio I. Nakane</i>	Feb/2003
69	r-filters: a Hodrick-Prescott Filter Generalization <i>Fabio Araújo, Marta Baltar Moreira Areosa and José Alvaro Rodrigues Neto</i>	Feb/2003
70	Monetary Policy Surprises and the Brazilian Term Structure of Interest Rates <i>Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
71	On Shadow-Prices of Banks in Real-Time Gross Settlement Systems <i>Rodrigo Penaloza</i>	Apr/2003
72	O Prêmio pela Maturidade na Estrutura a Termo das Taxas de Juros Brasileiras <i>Ricardo Dias de Oliveira Brito, Angelo J. Mont'Alverne Duarte e Osmani Teixeira de C. Guillen</i>	Maio/2003
73	Análise de Componentes Principais de Dados Funcionais – Uma Aplicação às Estruturas a Termo de Taxas de Juros <i>Getúlio Borges da Silveira e Octavio Bessada</i>	Maio/2003
74	Aplicação do Modelo de Black, Derman & Toy à Precificação de Opções Sobre Títulos de Renda Fixa <i>Octavio Manuel Bessada Lion, Carlos Alberto Nunes Cosenza e César das Neves</i>	Maio/2003
75	Brazil's Financial System: Resilience to Shocks, no Currency Substitution, but Struggling to Promote Growth <i>Ilan Goldfajn, Katherine Hennings and Helio Mori</i>	Jun/2003

- 76 Inflation Targeting in Emerging Market Economies** Jun/2003
Arminio Fraga, Ilan Goldfajn and André Minella
- 77 Inflation Targeting in Brazil: Constructing Credibility under Exchange Rate Volatility** Jul/2003
André Minella, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Marcelo Kfoury Muinhos
- 78 Contornando os Pressupostos de Black & Scholes: Aplicação do Modelo de Precificação de Opções de Duan no Mercado Brasileiro** Out/2003
Gustavo Silva Araújo, Claudio Henrique da Silveira Barbedo, Antonio Carlos Figueiredo, Eduardo Facó Lemgruber
- 79 Inclusão do Decaimento Temporal na Metodologia Delta-Gama para o Cálculo do VaR de Carteiras Compradas em Opções no Brasil** Out/2003
Claudio Henrique da Silveira Barbedo, Gustavo Silva Araújo, Eduardo Facó Lemgruber
- 80 Diferenças e Semelhanças entre Países da América Latina: uma Análise de Markov Switching para os Ciclos Econômicos de Brasil e Argentina** Out/2003
Arnildo da Silva Correa
- 81 Bank Competition, Agency Costs and the Performance of the Monetary Policy** Jan/2004
Leonardo Soriano de Alencar and Márcio I. Nakane
- 82 Carteiras de Opções: Avaliação de Metodologias de Exigência de Capital no Mercado Brasileiro** Mar/2004
Cláudio Henrique da Silveira Barbedo e Gustavo Silva Araújo
- 83 Does Inflation Targeting Reduce Inflation? An Analysis for the OECD Industrial Countries** May/2004
Thomas Y. Wu
- 84 Speculative Attacks on Debts and Optimum Currency Area: A Welfare Analysis** May/2004
Aloisio Araujo and Marcia Leon
- 85 Risk Premia for Emerging Markets Bonds: Evidence from Brazilian Government Debt, 1996-2002** May/2004
André Soares Loureiro and Fernando de Holanda Barbosa