



BANCO CENTRAL DO BRASIL

Trabalhos para Discussão

73

**Análise de Componentes Principais de Dados Funcionais:
Uma aplicação às Estruturas a Termo de Taxas de Juros**

Getúlio Borges da Silveira e Octavio Bessada

Maio, 2003

ISSN 1519-1028
CGC 00.038.166/0001-05

Trabalhos para Discussão	Brasília	nº 73	Mai	2003	P. 1-31
--------------------------	----------	-------	-----	------	---------

Trabalhos para Discussão

Editado por:

Departamento de Estudos e Pesquisas (Depep)

(E-mail: workingpaper@bcb.gov.br)

Reprodução permitida somente se a fonte for citada como: Trabalhos para Discussão n° 73.

Autorizado por Ilan Goldfajn (Diretor de Política Econômica).

Controle Geral de Assinaturas:

Banco Central do Brasil
Demap/Disud/Subip
SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 2º subsolo
70074-900 Brasília (DF)
Telefone: (61) 414-1392
Fax: (61) 414-3165

The views expressed in this work are those of the authors and do not reflect those of the Banco Central or its members.

Although these Working Papers often represent preliminary work, citation of source is required when used or reproduced.

As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem a visão do Banco Central do Brasil.

Ainda que este artigo represente trabalho preliminar, citação da fonte é requerida mesmo quando reproduzido parcialmente.

Central de Informações do Banco Central do Brasil

Endereço: Secre/Surel/Dinfo
Edifício-Sede – 2º subsolo
SBS – Quadra 3 – Zona Central
70074-900 Brasília (DF)
Telefones: (61) 414 (...) 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406
DDG: 0800 992345
Fax: (61) 321-9453
Internet: <http://www.bcb.gov.br>
E-mails: cap.secre@bcb.gov.br
dinfo.secre@bcb.gov.br

Análise de Componentes Principais de Dados Funcionais - Uma Aplicação às Estruturas a Termo de Taxas de Juros

Getúlio Borges da Silveira* Octavio Bessada†

Resumo

Neste trabalho apresentamos análise exploratória da evolução das curvas de juros domésticas em épocas recentes. Este estudo se distingue de similares trabalhos constantes na literatura no sentido de que os dados sendo analisados são observações de valores que funções (as curvas de juros) tomam para particulares argumentos (as maturidades associadas aos instrumentos subjacentes). São utilizadas técnicas desenvolvidas por Silverman e Ramsey, entre outros, conhecidas por *Functional Data Analysis*. Os resultados obtidos são similares a vários constantes na literatura. Em particular, fica confirmada a existência de 3 componentes aditivas, com mesma interpretação que aquela fornecida em Litterman & Scheinkman (1991).

Palavras-chave: Análise de Componentes Principais; Análise Exploratória da Evolução das Curvas de Juros; Curvas de Spread; Curvas Diferenças das Estruturas a Termo.

Classificação JEL: C52, C59, E43, G12

*Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro. e-mail: getulio@ie.ufrj.br

†Departamento de Estudos e Pesquisas, Banco Central do Brasil. e-mail: octavio.bessada@bcb.gov.br

1 Introdução

É muito importante, para os participantes do mercado, a identificação dos fatores comuns que afetam os retornos dos títulos. Para explicar a variação destes retornos é fundamental distinguir risco sistemático, que tem impacto geral sobre o retorno da maioria dos títulos, do risco específico, que influencia os títulos individualmente, com pequeno efeito sobre um portfólio diversificado.

Recentemente a modelagem da evolução de estruturas a termo de taxas de juros tem merecido várias contribuições na literatura. Em um número importante destes trabalhos busca-se a estimação de componentes, tipicamente aditivas, responsáveis por características bem definidas das curvas de juros.

O trabalho seminal neste tópico é possivelmente o artigo de Litterman e Scheinkman [4] onde se utiliza Análise de Componentes Principais. Neste artigo, de maneira exploratória, os autores identificam 3 componentes capazes de explicar algo em torno de 98% da variabilidade das taxas implícitas a papéis de varias maturidades no mercado americano. A importância da decomposição obtida é sua interpretabilidade. Com efeito Litterman e Scheinkman identificam as 3 componentes obtidas como sendo responsáveis, respectivamente e em ordem de importância, por movimentos no nível, na inclinação e na curvatura da curva de juros.

Como subproduto os autores fornecem estratégias de imunização de carteiras contra riscos referentes a movimentos associados a cada uma das componentes identificadas. Em particular, com base em dados reais, mostra-se a ineficácia da estratégia de duration hedge isoladamente.

Seguindo a linha metodológica introduzida no citado artigo várias aplicações foram conduzidas. Com dados do mercado doméstico Barcinski [2], Varga [6] e Varga & Valli [5] apresentam conclusões similares àquelas obtidas em Litterman *et alii* (*op.cit.*). Descrições mais detalhadas com discussões sobre a imunização via componentes principais podem ser encontradas em Barber & Copper [1], Knez *et al.* [3] e Wilson(1994).

A análise de componentes principais é essencialmente técnica de análise exploratória de dados visando a redução de dimensionalidade. Seu mais correto uso consiste em indicar estruturas passíveis de serem modeladas estatisticamente em processos similares àqueles estudados. Neste sentido Vieira Neto [7], desenvolve modelo para a evolução da estrutura a termo de taxas de juros impondo forma analítica para as 3 (na verdade o autor considera uma quarta componente) componentes identificadas em Litterman *et alii* (*op.cit.*).

Iremos neste trabalho explorar uma característica presente em conjuntos de dados como os estudados pelos autores acima. A saber, os dados que formam a base dos estudos empíricos/teóricos conduzidos são, para cada instante de tempo, particulares valores de *uma função*, a estrutura a termo relativa àquele instante de tempo. Ora, a técnica de Análise de componentes principais tradicional não toma em conta esta característica.

Mais formalmente, suponha que se disponha de q variáveis, x^1, \dots, x^q , com segundos momentos finitos e assumindo valores em intervalos. A primeira componente principal, digamos \mathbf{cp}^1 é uma combinação linear das x 's obtida de maneira que (i) o vetor de pesos subjacentes tenha norma euclidiana unitária e (ii) a variância de \mathbf{cp}^1 seja a maior possível. Em outras palavras, pondo

$$\mathbf{cp}^1 = \sum_{j=1}^q \pi_j^1 x^j,$$

os pesos π 's acima são a solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} & \text{MaxVar} \left(\sum_{j=1}^q \pi_j^1 x^j \right), \\ & \text{s.a.} \quad \left\| (\pi_1^1, \dots, \pi_q^1) \right\| = 1. \end{aligned}$$

A segunda, terceira, ..., q-ésima componentes principais são ainda combinações lineares das variáveis originais com vetor de pesos de norma unitária. Seus pesos são obtidos de maneira a solucionar problema de otimização como o acima, porém com a imposição adicional de que, para a j - ésima componente, por exemplo, se tenha

$$\text{Cov}(\mathbf{cp}^i, \mathbf{cp}^j) = 0, \quad \forall i < j.$$

Fica evidente que a determinação das componentes principais não leva em conta que x^k é na verdade, para o caso da estrutura a termo da taxa de juros, o valor da curva de juros (uma função suave) associada a instrumento de maturidade, digamos, t_k .

Neste trabalho iremos explorar a evolução de curvas de juros lançando mão de técnicas de análise de componentes principais que explicitamente levam em conta a estrutura funcional dos dados sendo analisados. O restante do trabalho se encontra assim dividido: na seção seguinte descrevemos sumariamente a Análise de Componentes Principais para Dados Funcionais. Na seção 3 apresentamos aplicação a dados domésticos, dando particular ênfase a aspectos dinâmicos. Na seção 4, apresentamos a conjuntura econômica no período analisado, relacionando-a com os pontos críticos do caminho seguido pelas componentes, corroborando a relevância das expectativas nas mudanças do formato da curva de juros. Finalmente, a seção 5 conclui e sugere futuros estudos.

2 Análise de Componentes Principais para Dados Funcionais

Por conveniência rerepresentamos a definição das componentes principais da seção anterior em outros termos. Antes porém, algumas convenções. Iremos denotar por \mathbb{N}_d o conjunto $\{1, 2, \dots, d\}$ e por \mathcal{I} o intervalo $[0, 1]$. Iremos também denotar por $\mathbf{x}(j)$, $j \in \mathbb{N}_d$ a j -ésima componente do vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$. Quando \mathbf{x} for vetor aleatório notação semelhante será adotada. A classe de funções contínuas com domínio \mathcal{I} e tomando valores em \mathbb{R} será notada como $\mathcal{C}(\mathcal{I})$.

Dados \mathbf{x} e \mathbf{y} vetores em \mathbb{R}^d e \mathbf{A} , matriz quadrada, positiva definida e de dimensão d , iremos denotar por $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_A$ o produto interno de \mathbf{x} e \mathbf{y} induzido por \mathbf{A} :

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_A = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y}.$$

Quando \mathbf{A} for a identidade (gerando o produto interno canônico em \mathbb{R}^d , portanto) iremos omitir o subscrito. Evidentemente $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_A = \langle \mathbf{x}, \mathbf{A} \mathbf{y} \rangle$.

Seja \mathbf{x} vetor aleatório tomando valores em \mathbb{R}^d e denotemos por \mathbf{D} sua matriz de covariância. A primeira componente principal de \mathbf{x} , \mathbf{cp}^1 , é a variável aleatória $\langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\pi}^1 \rangle$ onde

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}^1 &= \arg \max_{\boldsymbol{\beta}} \text{Var}(\langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\beta} \rangle) \\ &= \arg \max_{\boldsymbol{\beta}} \langle \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\beta} \rangle_{\mathbf{D}} \\ &s.a. \quad \|\boldsymbol{\beta}\| = 1\end{aligned}$$

Para $j > 1$, a j -ésima componente principal de \mathbf{x} é a variável aleatória $\mathbf{cp}^j := \langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\pi}^j \rangle$ com

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}^j &= \arg \max_{\boldsymbol{\beta}} \text{Var}(\langle \mathbf{x}, \boldsymbol{\beta} \rangle) \\ &= \arg \max_{\boldsymbol{\beta}} \langle \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\beta} \rangle_{\mathbf{D}}. \\ &s.a. \quad \langle \boldsymbol{\pi}^k, \boldsymbol{\beta} \rangle = 0, \quad \forall k < j \text{ e} \\ &\quad \|\boldsymbol{\beta}\| = 1.\end{aligned}$$

A solução dos problemas de otimização acima (ver *e.g.* Rao(1970)) é dada por: $\boldsymbol{\pi}^j$ é o auto-vetor de \mathbf{D} associado ao seu j -ésimo maior auto-valor.

Quando dispomos de amostra $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ o análogo amostral dos problemas de otimização acima para, por exemplo, a primeira componente principal é dado por:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\pi}^1 &= \arg \max_{\boldsymbol{\beta}} \langle \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\beta} \rangle_{\hat{\mathbf{D}}} \\ &s.a. \quad \|\boldsymbol{\beta}\| = 1,\end{aligned}$$

$$\text{com } \hat{\mathbf{D}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}}) (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}})^T$$

$$\text{onde } \bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j.$$

O conceito de componentes principais pode ser estendido a classes mais gerais que vetores aleatórios tomando valores em \mathbb{R}^d . Neste trabalho, em particular, estaremos

interessados em considerar o conceito de componentes principais para uma classe específica de processos estocásticos.

Denotemos por \mathcal{E} a classe formada pelos processos estocásticos¹, $\mathbf{x} = \{x(t), t \in \mathcal{I}\}$ tomando valores em \mathbb{R} , contínuos em média quadrática e tais que $E[x(0)^2] < \infty$. Se $\mathbf{x} \in \mathcal{E}$ então são contínuas $\mu_{\mathbf{x}}(t) := E(x(t))$ e também $\Gamma_{\mathbf{x}}(s, t) := \text{Cov}(x(s), x(t))$. É fácil verificar que se $G : \mathcal{I}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua e $\mathbf{x} \in \mathcal{E}$ então o processo $G \cdot \mathbf{x}$ definido via

$$[G \cdot \mathbf{x}](t) = \int_{\mathcal{I}} G(t, s) x(s) ds$$

é elemento de \mathcal{E} .

Iremos designar por $\mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2$ a classe de funções reais com domínio \mathcal{I} e quadrado integráveis²:

$$\mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2 = \left\{ f : \mathcal{I} \rightarrow \mathbb{R}; \int_{\mathcal{I}} [f(s)]^2 ds < \infty \right\}.$$

$\mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2$ é espaço de Hilbert com produto interno dado por

$$\langle f, g \rangle = \int_{\mathcal{I}} f(s) g(s) ds.$$

Seja $\mathbf{x} \in \mathcal{E}$. Definimos a primeira componente principal de \mathbf{x} , \mathbf{cp}^1 , como sendo a variável aleatória $\int_{\mathcal{I}} x(t) \xi_1(t) dt$ onde $\xi_1(\cdot) \in \mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2$ é tal que

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \arg \max_{\beta} \text{Var} \left(\int_{\mathcal{I}} x(t) \beta(t) dt \right) \\ &= \arg \max_{\beta} \int_{\mathcal{I}} \int_{\mathcal{I}} \Gamma_{\mathbf{x}}(t, s) \beta(t) \beta(s) dt ds \\ &= \arg \max_{\beta} \langle \beta, \Gamma_{\mathbf{x}} \cdot \beta \rangle, \end{aligned}$$

$$s.a. \quad \|\beta\|^2 := \int_{\mathcal{I}} [\beta(t)]^2 dt = 1.$$

Para $j > 1$, a j -ésima componente principal de \mathbf{x} é a variável aleatória $\mathbf{cp}^j := \int_{\mathcal{I}} x(t) \xi_j(t) dt$ com

$$\begin{aligned} \xi_j &= \arg \max_{\beta} \text{Var} \left(\int_{\mathcal{I}} x(t) \beta(t) dt \right) \\ &= \arg \max_{\beta} \langle \beta, \Gamma_{\mathbf{x}} \cdot \beta \rangle, \end{aligned}$$

¹Definidos em um mesmo espaço de probabilidades (Ω, \mathcal{A}, P) .

²No sentido de Lebesgue.

$$\begin{aligned} s.a. \langle \xi_k, \beta \rangle &= 0, \quad \forall k < j \text{ e} \\ \|\beta\|^2 &= 1. \end{aligned}$$

Pode-se mostrar que, de modo análogo ao caso -considerado no início desta seção- dos vetores aleatórios, a solução do problema de otimização acima é dada por: ξ_j é a j -ésima autofunção do operador linear

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathbf{x}} &: \mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2 \rightarrow \mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2 \\ [\Gamma_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{v}](t) &= \int_{\mathcal{I}} \Gamma_{\mathbf{x}}(t, s) \mathbf{v}(s) ds, \end{aligned}$$

em outras palavras, ξ_j satisfaz a

$$\Gamma_{\mathbf{x}} \cdot \xi_j = \rho_j \xi_j,$$

onde ρ_j é o j -ésimo maior autovalor associado ao operador $\Gamma_{\mathbf{x}}$.

A tarefa de determinação dos autovalores acima - os ρ_j 's - é simplificada quando podemos exprimir \mathbf{x} como uma combinação linear de elementos de um conjunto LI de funções. Mais especificamente, suponhamos que se possa escrever

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K a_k \phi_k,$$

onde $\{\phi_k; 1 \leq k \leq K\}$ é conjunto LI de elementos **conhecidos** de $\mathcal{L}_{\mathcal{I}}^2$ e a_1, \dots, a_K são variáveis aleatórias com segundo momento finito. Se impomos que as autofunções subjacentes, as ξ_j 's, possam também ser escritas como combinação linear das ϕ_k então é fácil mostrar que para

$$\xi_j = \sum_{k=1}^K \beta_k^j \phi_k,$$

e $\Xi = [\Xi_{ij}]$ matriz $K \times K$ tal que $\Xi_{ij} := \text{Cov}(a_i, a_j)$, obtem-se

$$\begin{aligned} \beta^j &: = (\beta_1^j, \dots, \beta_K^j)^T \\ &= D^{-\frac{1}{2}} V_j, \end{aligned}$$

onde $D = [D_{ij}]$ é matriz $K \times K$ tal que

$$D_{ij} = \int_{\mathcal{I}} \phi_i(s) \phi_j(s) ds$$

e V_j é o autovetor associado ao j –ésimo maior autovalor de $D^{\frac{1}{2}}\Xi D^{\frac{1}{2}}$.

Suponha agora que se disponha de n cópias $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ independentes do processo \mathbf{x} . Ponha, para $m = 1, 2, \dots, n$,

$$\mathbf{x}_m = \sum_{k=1}^K a_k^m \phi_k$$

e $\mathbf{a}^m := (a_1^m, \dots, a_K^m)^T$. O princípio do análogo amostral fornece para estimativa de β^j o vetor

$$D^{-\frac{1}{2}} \hat{V}_j,$$

com V_j sendo o autovetor associado ao j –ésimo maior autovalor de $D^{\frac{1}{2}} \hat{\Xi} D^{\frac{1}{2}}$ onde $\hat{\Xi}$ é a matriz de covariância amostral de $\{\mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^n\}$.

Na aplicação descrita na seção seguinte tomamos para $\{\phi_k; 1 \leq k \leq K\}$ conjunto de **B-splines**.

3 Aplicação a dados domésticos

Para a aplicação a dados brasileiros iremos utilizar as taxas implícitas em contratos de DI futuro (para cada dia d consideramos os contratos cujos vencimentos são os 3 mais próximos de d) e também as taxas prefixadas implícitas em *Swaps* com prazos de 6, 12, 24 e 36 meses. As taxas utilizadas neste exercício correspondem ao período que vai de 16/07/1999 a 28/05/2001.

A fim de ilustrarmos a diversidade de formas e também da dinâmica das curvas de juros no período estudado selecionamos 4 blocos de 10 dias úteis consecutivos. Os gráficos a seguir exibem as curvas associadas, obtidas via interpolação por B-Splines. O eixo dos tempos foi padronizado de maneira que a unidade corresponde a 36 meses.

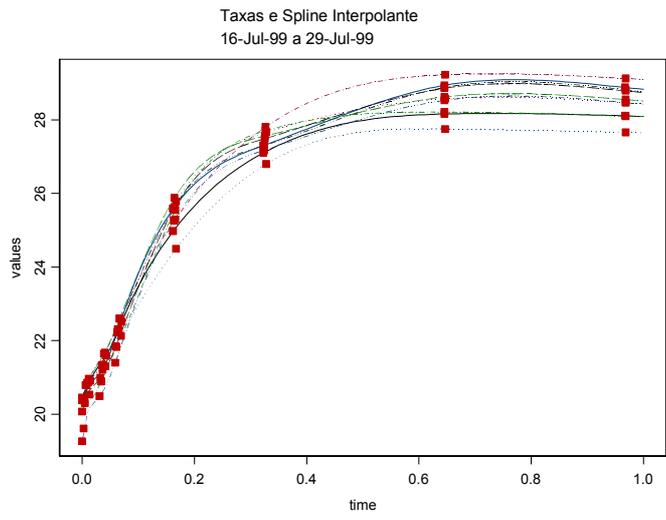


Figura 1

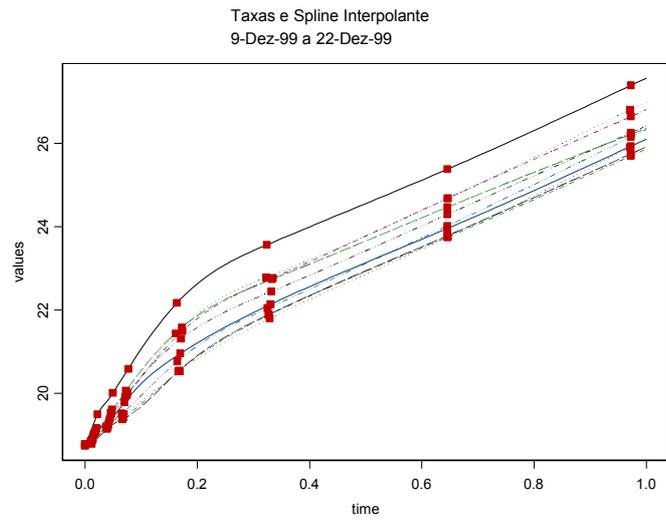


Figura 2

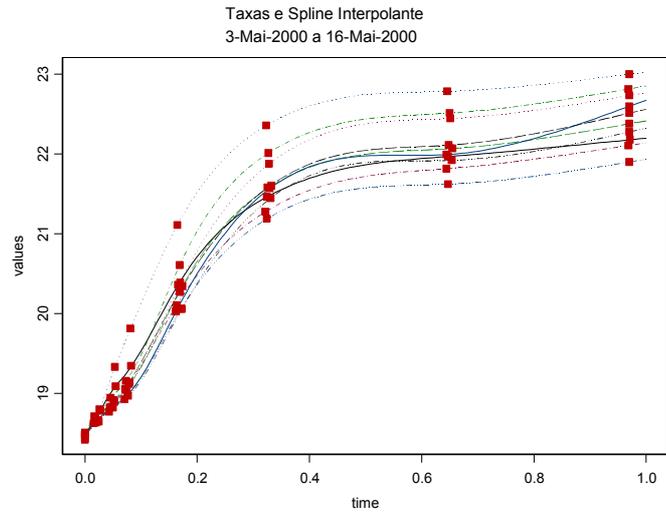


Figura 3

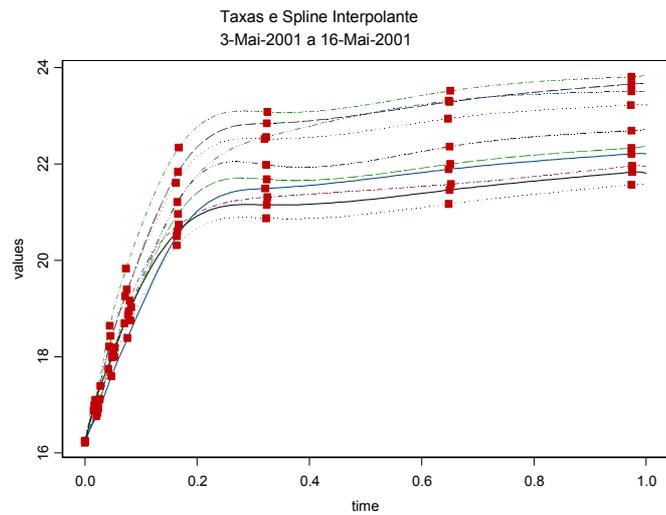


Figura 4

Apresentamos a seguir gráficos que auxiliam na interpretação de cada uma das 3 primeiras componentes principais. Cada um dos próximos gráficos se constitui de 3 curvas. A curva central é a ETTJ média para o período estudado (a média dos splines interpolantes). A curva delineada por símbolos "+" é obtida pela adição à

ETTJ média da correspondente componente principal, padronizada de maneira que para cada ordenada o valor da mesma tenha um desvio padrão. A curva delineada por símbolos ”-” é obtida pela subtração da ETTJ média da correspondente componente principal, padronizada. As retas verticais são os vencimentos médios dos instrumentos subjacentes. Também aqui a unidade representa 36 meses.

O efeito da primeira componente principal é, como em todos os exercícios similares que temos conhecimento, relacionada ao nível da curva de juros. Tal componente é associada a movimentos essencialmente paralelos que ocorrem nos instrumentos de vencimento longo e também, porém com menor magnitude, naqueles com vencimento curto. Por conseguinte datas com coordenadas altas nesta componente são associadas a níveis gerais de juros também elevados.

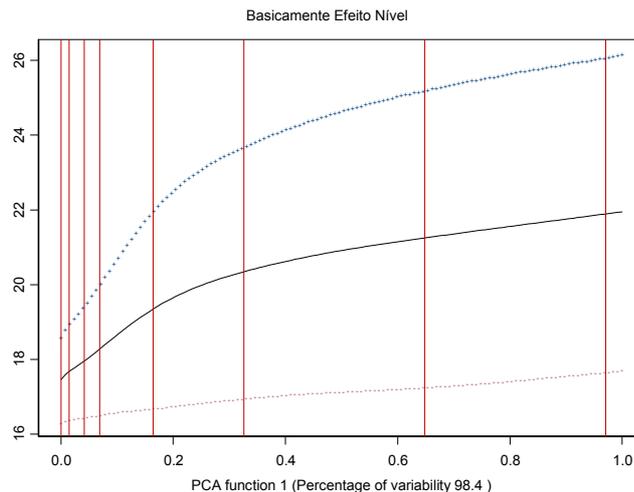


Figura 5

A segunda componente principal é melhor interpretada quando consideramos a curva delineada pelo símbolo ”-”. Observamos claramente que o efeito na ETTJ média da subtração da segunda componente principal é o de aumentar sua inclinação.

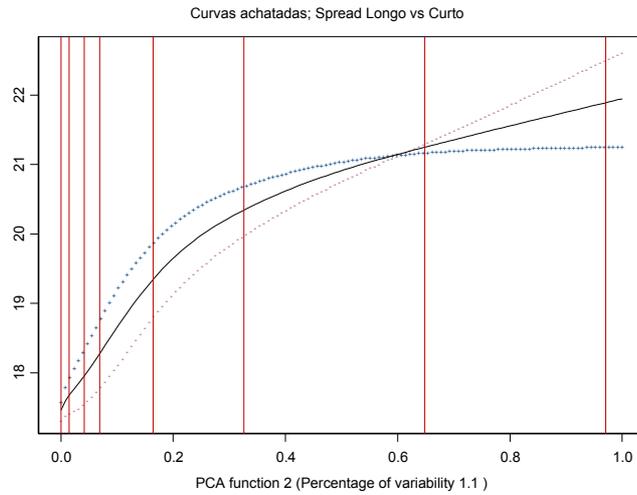


Figura 6

Finalmente, para a interpretação da terceira componente principal, vemos que seu efeito é tipicamente diminuir a curvatura da ETTJ média. Nesses termos datas com coordenadas altas nesta componente estão associadas a curvas com pequena curvatura.

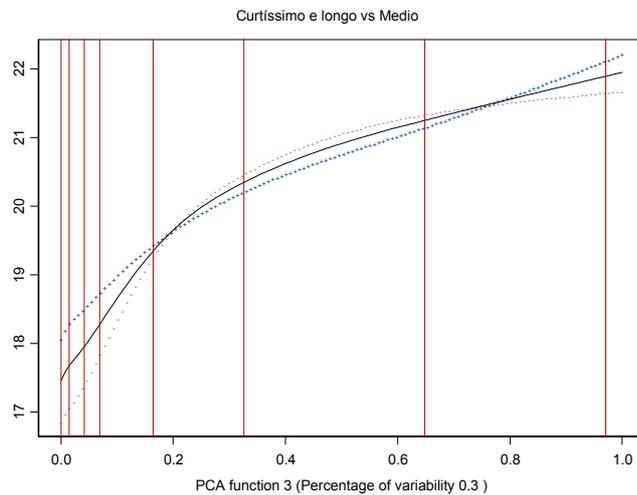


Figura 7

Exibimos a seguir gráfico bidimensional que se destina a caracterizar a inércia na

evolução das duas primeiras componentes. Optamos por apresentar as coordenadas médias, na primeira e segunda componentes principais, em cada um dos meses do período estudado. Estes pontos são os centros de simetria das elipses que aparecem na figura 8. As elipses, por seu turno, são os pontos cuja distância, induzida pela inversa da matriz de covariância das coordenadas nas componentes principais é igual a 2. Tais elipses resumem a dispersão no mês correspondente das coordenadas subjacentes. A análise da figura 8 deixa clara a existência de um caminho seguido pelas componentes. Em Jul-99 (altas coordenadas em ambas componentes) observava-se ETTJs com nível geral de juros bastante alto e baixa inclinação. Os meses subsequentes foram caracterizados por redução progressiva no nível geral dos juros. A inclinação (spread longo vs. curto) atingiu seu patamar mais alto nos meses de Outubro e Novembro de 99, diminuindo a partir de então.

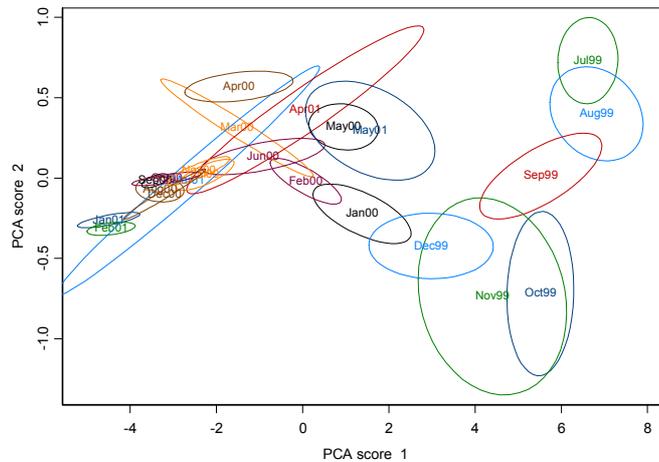


Figura 8

Por clareza de exposição dedicamos a seção seguinte integralmente à tarefa de caracterizar a cena econômica nos pontos críticos da figura 8 acima. Lá identificamos e interpretamos mudanças de trajetória no caminho percorrido pelas coordenadas das ETTJ's nas duas primeiras componentes principais no período alvo.

As 3 componentes principais acima não diferem, relativamente à sua

interpretabilidade, daquelas obtidas segundo técnicas mais tradicionais de análise multivariada em contextos similares. Apesar disso alguns pontos merecem ser melhor investigados. Registramos inicialmente que não é clara a validade do procedimento acima apresentado diante da alta dependência entre ETTJ's de dias consecutivos. Em outros termos, a metodologia de estimação de componentes principais que utilizamos é certamente apropriada para o caso em que as observações (no nosso caso, curvas de juros) são independentes. Este certamente não é o caso com os processos que estamos analisando.

Não iremos neste trabalho investigar teórica e/ou detalhadamente a sensibilidade do procedimento que utilizamos relativamente à presença de dependência entre observações. Nos restringiremos a considerar 2 tipos de estruturas passíveis de governarem a dependência temporal entre as curvas de juros. Para cada uma delas, conforme veremos adiante, existe uma forma natural de modificarmos a estimação das componentes principais.

Antes de descrevermos as estruturas é conveniente definirmos duas curvas adicionais. Seja \mathbf{x}_j a curva de juros (parcialmente) observada no dia j . Diremos que $\nabla \mathbf{x}_j := \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{j-1}$ é a *curva da primeira diferença* para o dia j . Também, denominaremos por *curva de spread* para o dia j a curva $\tilde{\mathbf{x}}_j := \mathbf{x}_j - TaxaOver_j$, onde $TaxaOver_j$ é a taxa CDI relativa ao dia j .

As duas estruturas que iremos estudar são caracterizadas respectivamente pelas hipóteses a seguir:

(H1) As *curvas da primeira diferença* são independentes.

(H2) As *curvas de spread* são independentes.

A validade de (H1) justificaria análise de componentes principais convencional conduzida por Varga e Valli enquanto que (H2) é assumida implicitamente em Scheinkman & Litterman³.

A figura 9 exhibe as três primeiras componentes principais para as curvas da

³Bem entendido, ambos os trabalhos se baseiam em dados distintos dos aqui considerados mas têm em comum o uso de componentes principais para decompor curvas de juros.

primeira diferença. Para efeitos de comparação apresentamos na figura 10 as mesmas componentes para as curvas brutas. Merecem comentários os seguintes fatos: **(i)** As componentes das curvas originais se assemelham a versões suavizadas daquelas para as curvas diferenciadas e **(ii)** Não foi imposta como restrição estrutural a aparente característica comum às 3 curvas relativas à primeira diferença de passarem pela origem.

Adiante, na figura 11, exibimos as três primeiras componentes para as *curvas de spread*. Fica ali evidente, e esta é uma característica estruturalmente relacionada à forma como foram construídas as *curvas de spread*, que as 3 curvas se assemelham a versões modificadas das curvas originais(Figura 10) de modo a acomodar sua passagem pela origem. Registramos entretanto que, curiosamente, as interpretações para as **novas** componentes se mantêm. Em outras palavras, apesar das visíveis mudanças referentes à suavidade e ao fato de passarem pela origem é ainda aceitável, por exemplo, mantermos a interpretação da primeira componente como a componente **nível**.

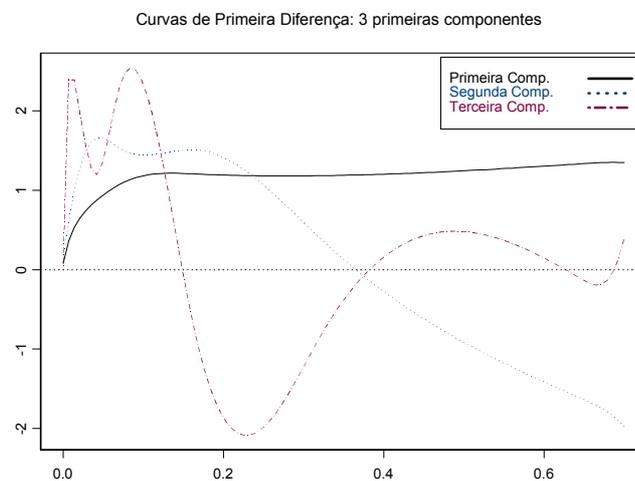


Figura 9

Curvas Originais: 3 primeiras componentes

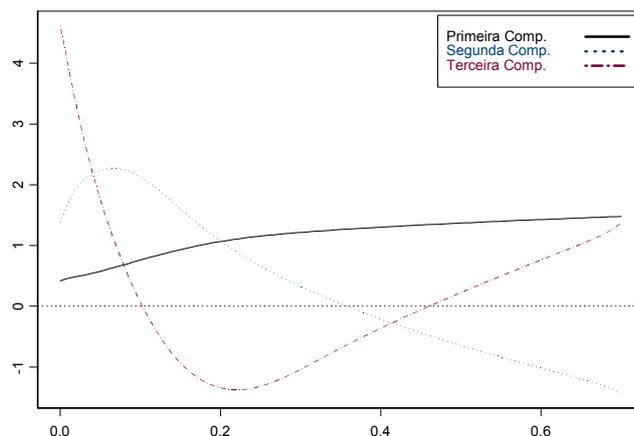


Figura 10

Curvas de Spread: 3 primeiras componentes

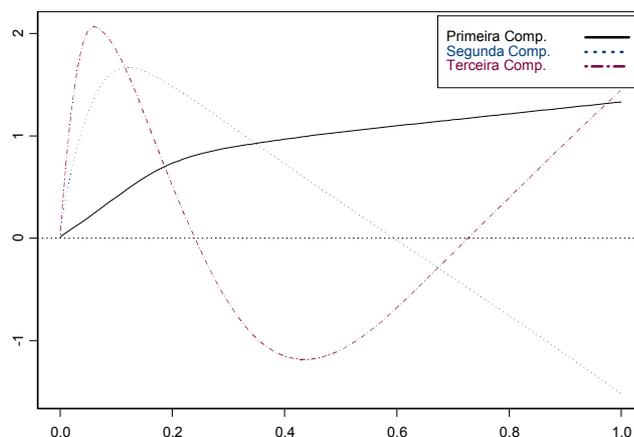


Figura 11

Exibimos a seguir gráficos construídos segundo metodologia já discutida porém para as curvas de spread e da primeira diferença. Fica evidente na figura 12 que a inércia associada aos movimentos das elipses que havia sido observada para as curvas originais ainda se encontra presente para as *curvas de spread*. Este fato indica que a eventual inapropriedade -por conta da presença da inércia- de procedimentos

de determinação das componentes principais lançando mão das curvas brutas se mantêm quando se utiliza *curvas de spread*. Para as curvas de primeira diferença, figura 13, aparentemente, a inércia não se manifesta de modo importante.

Os dois fatos acima apontados indicam que a estratégia mais segura, enquanto metodologia apropriada não é desenvolvida, é a consideração das diferenças das curvas de juros.

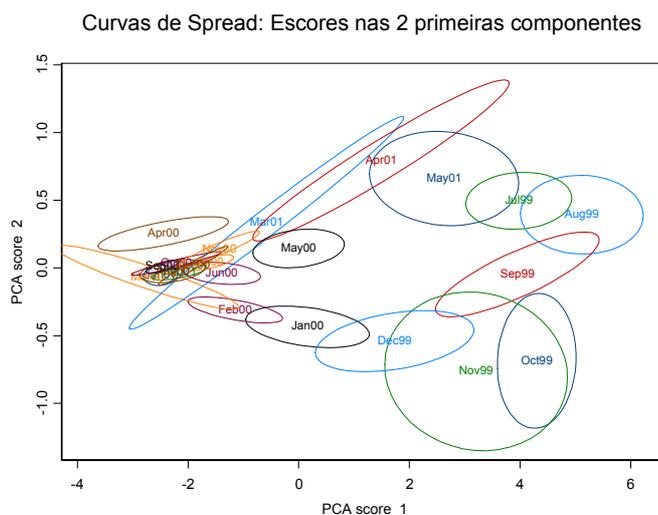


Figura 12

Curvas de Diferenças: Escores nas duas primeiras componentes

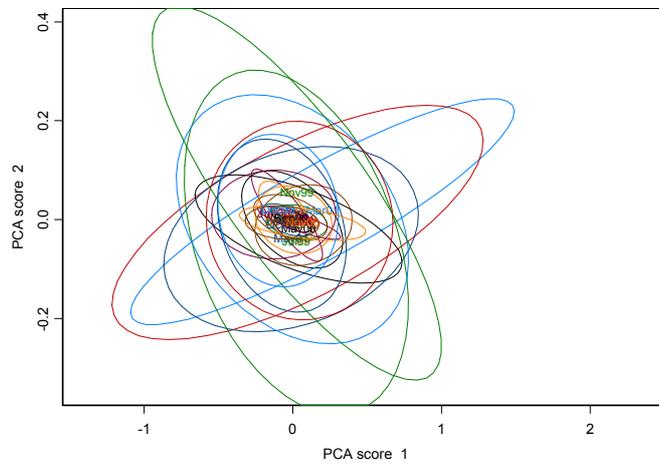


Figura 13

Nas figuras 14 a 16 exibimos evidências adicionais da preservação das interpretações conferidas às 3 componentes das curvas brutas de juros quando consideramos as curvas de primeira diferença.

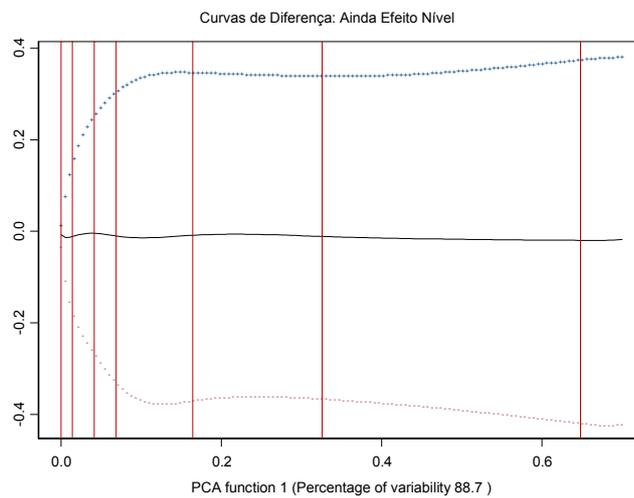


Figura 14

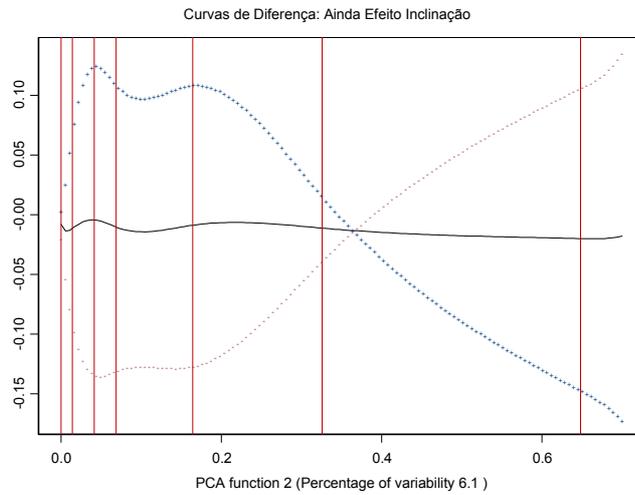


Figura 15

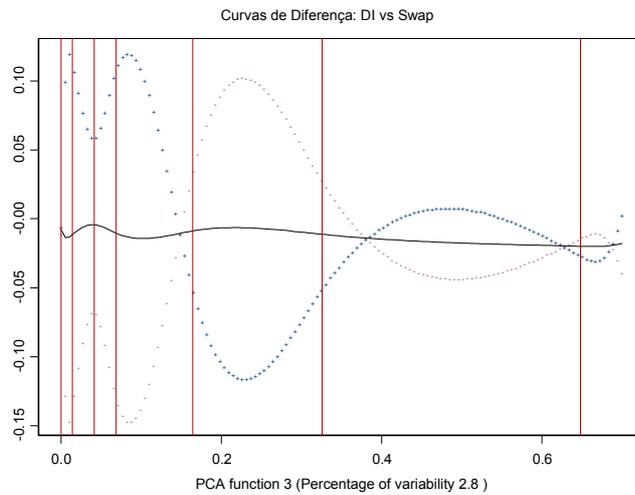


Figura 16

4 Análise Conjuntural

A base de dados para o presente trabalho se inicia no mês de julho/99, mês com altas coordenadas em ambas componentes, o que significa ETTJs com nível geral

de juros bastante alto e baixa inclinação. Nos meses subsequentes, o nível geral de juros veio se reduzindo progressivamente.

O ano de 1999 ficou marcado pela adoção do regime de livre flutuação cambial no país. Este processo resultou em uma desvalorização do real frente ao dólar superior a 79% no início de março/99 e trouxe uma preocupação com o possível retorno aos elevados índices de inflação observados antes do Plano Real, passando a condicionar a política econômica a partir de então.

A grande novidade do ano de 99 veio em março, com a substituição do sistema de bandas de juros (em vigor desde julho de 1996) pelo de metas para a taxa Selic, com a definição de tendência (viés). A primeira meta foi fixada em 45% a.a., com viés de baixa. Em seguida, teve início um processo de contínua redução (confirmando as informações contidas na Figura 8), favorecido por alguns fatores econômicos, listados a seguir:

- as alterações para o piso das reservas internacionais negociadas nas revisões dos acordos com o FMI;
- os sucessivos aumentos dos limites para a atuação do BC no mercado de câmbio; e
- o comportamento da atividade econômica, que não indicava pressões significativas sobre a demanda e a inflação.

O cenário externo em julho/99 foi marcado pela piora das expectativas em relação aos sinais da economia dos EUA, que promoveu um aumento de 25 pontos-base na sua taxa básica de juros no final de junho. Essa expectativa afetou diretamente os mercados emergentes, aumentando seu risco perante os investidores internacionais.

A inclinação (2a componente, diferença entre os spreads longo e curto) das ETTJs veio subindo a partir de jul/99, até atingir seu patamar mais alto em novembro de 1999, quando começou a cair até abril/00, mês que inverteu a trajetória de queda.

Na Ata da reunião do COPOM em Nov/99 foi anotado que os choques potenciais mencionados tanto no Relatório de Inflação de setembro/99 quanto na reunião

anterior do COPOM (outubro/99) permanecem. Eles se referem à elevação da meta para os fed funds para 5,5% a.a. a partir do restante do quarto trimestre e ao aumento do preço internacional do petróleo no período de inverno nos países industrializados.

Além da análise do choque de oferta, representado pelo reajuste dos preços administrados, o COPOM (reunião em 10/nov/99) analisou o impacto dos aumentos dos preços dos automóveis novos decorrentes da retirada dos incentivos fiscais, e da carne, face o período de entressafra. Esses fatores, juntos, puxaram para cima todos os índices de preços ao consumidor.

Concluindo, nesta reunião de novembro, o Copom manteve inalterada a meta para a taxa Selic em 19% a.a., eliminando a indicação de viés de baixa. A decisão contrariou as expectativas dos participantes de mercado que, em sua quase totalidade, esperavam redução na meta para a taxa Selic.

A política monetária no ano de 2000 foi marcada pela consolidação do sistema de metas de inflação e, em função do comportamento dos preços, pela trajetória descendente da taxa de juros. No período, a taxa nominal atingiu os patamares mais baixos das últimas décadas, com a taxa real alcançando níveis próximos a 10%.

Depois do corte de 0,5 ponto percentual no final de março/00, o BC manteve a taxa em 18,5% nos meses de abril e maio. Nesse período, somaram-se à trajetória dos preços internacionais do petróleo, a questão da correção dos saldos do FGTS - afetando a percepção do risco país -, a volatilidade nos mercados financeiros internacionais e o aperto da política monetária nos EUA.

Em abril de 2000 os indicadores de demanda agregada mostram recuperação acentuada da economia brasileira desde o final do ano passado. Diante disso, o Copom decidiu, nesta reunião em 18 e 19 de abril de 2000, por sete votos a um, manter inalterada a meta para a taxa Selic em 18,5% ao ano, sem indicação de viés. O voto contrário foi pela redução para 18% ao ano, sem indicação de viés. A deliberação foi ao encontro das expectativas dos participantes de mercado.

Em março de 2001 percebe-se claramente que o nível dos juros (componente 1, eixo das abscissas) variou bastante. As elevações do déficit comercial e do déficit em transações correntes têm contribuído para afetar o nível da taxa de câmbio, que se elevou de R\$ 1,81, na média do terceiro trimestre do ano passado, para R\$ 2,02, na média do ano, até 20 de março.

Em março/01 o comportamento dos preços recebeu forte influência de fatores sazonais, como os reajustes das matrículas e mensalidades escolares, bem como dos alimentos in natura. Também importantes foram as elevações das tarifas de ônibus urbanos e de energia elétrica, além das taxas de água e esgoto em algumas capitais. O IPCA acumulou alta de 1,03% no primeiro bimestre, ante 0,75% em igual período do ano passado. A soma da inflação acumulada até fevereiro mais o aumento esperado de preços administrados ao longo do ano atinge 2,4%, o que representa 60% da meta estabelecida.

Foi considerado que a magnitude da variação cambial recente, frente à aceleração do ritmo da atividade econômica, poderia aumentar o grau de repasse para os preços domésticos. Neste caso, a pressão inflacionária originada no canal de câmbio poderia elevar a taxa de inflação deste ano. O aumento do núcleo da inflação nos últimos meses, a inflação observada acima das expectativas e as incertezas quanto ao grau de repasse da depreciação cambial recente, dada a aceleração do ritmo de atividade econômica, quando tomados em conjunto, indicaram que havia riscos para o cumprimento da meta de 4% para a inflação em 2001.

O Copom decidiu, então, elevar a meta para a taxa Selic para 15,75% ao ano, nesta reunião de março (ela estava em 15,25%a.a.). Esta decisão foi considerada inesperada pelo mercado (97% das instituições consultadas acreditavam na manutenção da meta para a taxa Selic). A interpretação dada ao relatório de Inflação e o ambiente de incerteza no mercado internacional alteraram a perspectiva dos agentes quanto à trajetória da taxa de juros, que, desde então, tem apresentado forte volatilidade.

5 Conclusões

Apresentamos, neste artigo, aplicação de técnicas de análise de componentes principais para dados funcionais ao problema de análise da variabilidade das estruturas a termo de taxas de juros domésticas. Ao contrário de vários trabalhos anteriores, consideramos explicitamente aqui o fato natural de que os dados que nos dispomos a modelar⁴ são dados funcionais.

A aplicação da metodologia de componentes principais para curvas de juros domésticas gerou, da mesma forma que em trabalhos anteriores as 3 componentes clássicas de Nível, Inclinação e Curvatura. Para a gerência de risco de títulos de renda fixa, este resultado é bastante importante porque possibilita uma melhor avaliação e proteção de carteiras dos riscos gerados pelos diversos tipos de movimentos da estrutura a termo das taxas de juros.

Argumentamos entretanto que devido à presença de forte inércia na evolução das curvas de juros fica comprometida a hipótese -básica para desenvolvimentos estatísticos formais, *e.g.* testes de hipóteses- de independência entre as observações.

Consideramos, numa tentativa de diminuir possíveis vieses induzidos pela forte inércia, duas transformadas das curvas de juros. A primeira delas, a curva de spread, evidenciou inércia de intensidade semelhante à exibida pelos dados originais. Já na segunda, a curva diferença das estruturas a termo, a inércia não se manifestou de forma tão intensa, ao menos visualmente.

Para as curvas diferença das estruturas a termo as interpretações relativas às 3 primeiras componentes são exatamente as mesmas obtidas para as curvas originais.

Cabe portanto como recomendação o uso de curvas diferenças das estruturas a termo em lugar das curvas de spread ou mesmo das curvas originais.

⁴Mais precisamente: nos dispomos a explorar.

Referências

- [1] BARBER, J.R., e COPPER, L. "Immunization using Principal Component Analysis," *Journal of Portfolio Management*. (Fall 1996): 99-105.
- [2] BARCINSKI, A. "Hedging strategies using a multifactor model for the Brazilian interest rate. 2000, Mimeografado.
- [3] KNEZ, P.; LITTERMAN, R. e SCHEINKMAN, J. "Exploration into factors explaining money market returns." *Journal of Finance*, dezembro 1994.
- [4] LITTERMAN, R. E SCHEINKMAN, J., "Common Factors Affecting Bond Returns", *The Journal of Fixed Income*, junho/1991, pp. 54-61.
- [5] VALLI, M. e VARGA, G. "Movimentos da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira e Imunização", *Revista de Estudos Avançados da USP*, janeiro/2001.
- [6] VARGA, G. "Interpolação por Cubic Spline para a Estrutura a Termo Brasileira", *Resenha BM&F* no 140, pp. 29-35, jul-ago/2000.
- [7] VIEIRA NETO, C.A., "Modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros: Dinâmica, Avaliação de Contratos Derivativos, Gerenciamento de Risco e Formulação de Estratégicas", Tese de doutorado, Universidade de São Paulo - USP, 2001.

Banco Central do Brasil

Trabalhos para Discussão

Os Trabalhos para Discussão podem ser acessados na internet, no formato PDF, no endereço: <http://www.bc.gov.br>

Working Paper Series

Working Papers in PDF format can be downloaded from: <http://www.bc.gov.br>

- | | | |
|-----------|---|-----------|
| 1 | Implementing Inflation Targeting in Brazil
<i>Joel Bogdanski, Alexandre Antonio Tombini and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i> | July/2000 |
| 2 | Política Monetária e Supervisão do Sistema Financeiro Nacional no Banco Central do Brasil
<i>Eduardo Lundberg</i> | Jul/2000 |
| | Monetary Policy and Banking Supervision Functions on the Central Bank
<i>Eduardo Lundberg</i> | July/2000 |
| 3 | Private Sector Participation: a Theoretical Justification of the Brazilian Position
<i>Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i> | July/2000 |
| 4 | An Information Theory Approach to the Aggregation of Log-Linear Models
<i>Pedro H. Albuquerque</i> | July/2000 |
| 5 | The Pass-Through from Depreciation to Inflation: a Panel Study
<i>Ilan Goldfajn and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i> | July/2000 |
| 6 | Optimal Interest Rate Rules in Inflation Targeting Frameworks
<i>José Alvaro Rodrigues Neto, Fabio Araújo and Marta Baltar J. Moreira</i> | July/2000 |
| 7 | Leading Indicators of Inflation for Brazil
<i>Marcelle Chauvet</i> | Set/2000 |
| 8 | The Correlation Matrix of the Brazilian Central Bank's Standard Model for Interest Rate Market Risk
<i>José Alvaro Rodrigues Neto</i> | Set/2000 |
| 9 | Estimating Exchange Market Pressure and Intervention Activity
<i>Emanuel-Werner Kohlscheen</i> | Nov/2000 |
| 10 | Análise do Financiamento Externo a uma Pequena Economia
Aplicação da Teoria do Prêmio Monetário ao Caso Brasileiro: 1991–1998
<i>Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior</i> | Mar/2001 |
| 11 | A Note on the Efficient Estimation of Inflation in Brazil
<i>Michael F. Bryan and Stephen G. Cecchetti</i> | Mar/2001 |
| 12 | A Test of Competition in Brazilian Banking
<i>Márcio I. Nakane</i> | Mar/2001 |

- 13 Modelos de Previsão de Insolvência Bancária no Brasil** Mar/2001
Marcio Magalhães Janot
- 14 Evaluating Core Inflation Measures for Brazil** Mar/2001
Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo
- 15 Is It Worth Tracking Dollar/Real Implied Volatility?** Mar/2001
Sandro Canesso de Andrade and Benjamin Miranda Tabak
- 16 Avaliação das Projeções do Modelo Estrutural do Banco Central do Brasil Para a Taxa de Variação do IPCA** Mar/2001
Sergio Afonso Lago Alves
- Evaluation of the Central Bank of Brazil Structural Model's Inflation Forecasts in an Inflation Targeting Framework** July/2001
Sergio Afonso Lago Alves
- 17 Estimando o Produto Potencial Brasileiro: uma Abordagem de Função de Produção** Abr/2001
Tito Nícias Teixeira da Silva Filho
- Estimating Brazilian Potential Output: A Production Function Approach** Aug/2002
Tito Nícias Teixeira da Silva Filho
- 18 A Simple Model for Inflation Targeting in Brazil** Apr/2001
Paulo Springer de Freitas and Marcelo Kfoury Muinhos
- 19 Uncovered Interest Parity with Fundamentals: a Brazilian Exchange Rate Forecast Model** May/2001
Marcelo Kfoury Muinhos, Paulo Springer de Freitas and Fabio Araújo
- 20 Credit Channel without the LM Curve** May/2001
Victorio Y. T. Chu and Márcio I. Nakane
- 21 Os Impactos Econômicos da CPMF: Teoria e Evidência** Jun/2001
Pedro H. Albuquerque
- 22 Decentralized Portfolio Management** June/2001
Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak
- 23 Os Efeitos da CPMF sobre a Intermediação Financeira** Jul/2001
Sérgio Mikio Koyama e Márcio I. Nakane
- 24 Inflation Targeting in Brazil: Shocks, Backward-Looking Prices, and IMF Conditionality** Aug/2001
Joel Bogdanski, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Alexandre Antonio Tombini
- 25 Inflation Targeting in Brazil: Reviewing Two Years of Monetary Policy 1999/00** Aug/2001
Pedro Fachada
- 26 Inflation Targeting in an Open Financially Integrated Emerging Economy: the Case of Brazil** Aug/2001
Marcelo Kfoury Muinhos

27	Complementaridade e Fungibilidade dos Fluxos de Capitais Internacionais <i>Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior</i>	Set/2001
28	Regras Monetárias e Dinâmica Macroeconômica no Brasil: uma Abordagem de Expectativas Racionais <i>Marco Antonio Bonomo e Ricardo D. Brito</i>	Nov/2001
29	Using a Money Demand Model to Evaluate Monetary Policies in Brazil <i>Pedro H. Albuquerque and Solange Gouvêa</i>	Nov/2001
30	Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates <i>Benjamin Miranda Tabak and Sandro Canesso de Andrade</i>	Nov/2001
31	Algumas Considerações sobre a Sazonalidade no IPCA <i>Francisco Marcos R. Figueiredo e Roberta Blass Staub</i>	Nov/2001
32	Crises Cambiais e Ataques Especulativos no Brasil <i>Mauro Costa Miranda</i>	Nov/2001
33	Monetary Policy and Inflation in Brazil (1975-2000): a VAR Estimation <i>André Minella</i>	Nov/2001
34	Constrained Discretion and Collective Action Problems: Reflections on the Resolution of International Financial Crises <i>Arminio Fraga and Daniel Luiz Gleizer</i>	Nov/2001
35	Uma Definição Operacional de Estabilidade de Preços <i>Tito Nícias Teixeira da Silva Filho</i>	Dez/2001
36	Can Emerging Markets Float? Should They Inflation Target? <i>Barry Eichengreen</i>	Feb/2002
37	Monetary Policy in Brazil: Remarks on the Inflation Targeting Regime, Public Debt Management and Open Market Operations <i>Luiz Fernando Figueiredo, Pedro Fachada and Sérgio Goldenstein</i>	Mar/2002
38	Volatilidade Implícita e Antecipação de Eventos de Stress: um Teste para o Mercado Brasileiro <i>Frederico Pechir Gomes</i>	Mar/2002
39	Opções sobre Dólar Comercial e Expectativas a Respeito do Comportamento da Taxa de Câmbio <i>Paulo Castor de Castro</i>	Mar/2002
40	Speculative Attacks on Debts, Dollarization and Optimum Currency Areas <i>Aloisio Araujo and Márcia Leon</i>	Abr/2002
41	Mudanças de Regime no Câmbio Brasileiro <i>Carlos Hamilton V. Araújo e Getúlio B. da Silveira Filho</i>	Jun/2002
42	Modelo Estrutural com Setor Externo: Endogenização do Prêmio de Risco e do Câmbio <i>Marcelo Kfoury Muinhos, Sérgio Afonso Lago Alves e Gil Riella</i>	Jun/2002

- 43 **The Effects of the Brazilian ADRs Program on Domestic Market Efficiency** June/2002
Benjamin Miranda Tabak and Eduardo José Araújo Lima
- 44 **Estrutura Competitiva, Produtividade Industrial e Liberação Comercial no Brasil** Jun/2002
Pedro Cavalcanti Ferreira e Osmani Teixeira de Carvalho Guillén
- 45 **Optimal Monetary Policy, Gains from Commitment, and Inflation Persistence** Aug/2002
André Minella
- 46 **The Determinants of Bank Interest Spread in Brazil** Aug/2002
Tarsila Segalla Afanasieff, Priscilla Maria Villa Lhacer and Márcio I. Nakane
- 47 **Indicadores Derivados de Agregados Monetários** Sep/2002
Fernando de Aquino Fonseca Neto e José Albuquerque Júnior
- 48 **Should Government Smooth Exchange Rate Risk?** Sep/2002
Ilan Goldfajn and Marcos Antonio Silveira
- 49 **Desenvolvimento do Sistema Financeiro e Crescimento Econômico no Brasil: Evidências de Causalidade** Set/2002
Orlando Carneiro de Matos
- 50 **Macroeconomic Coordination and Inflation Targeting in a Two-Country Model** Sep/2002
Eui Jung Chang, Marcelo Kfoury Muinhos and Joaílino Rodolpho Teixeira
- 51 **Credit Channel with Sovereign Credit Risk: an Empirical Test** Sep/2002
Victorio Yi Tson Chu
- 52 **Generalized Hyperbolic Distributions and Brazilian Data** Sep/2002
José Fajardo and Aquiles Farias
- 53 **Inflation Targeting in Brazil: Lessons and Challenges** Nov/2002
André Minella, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Marcelo Kfoury Muinhos
- 54 **Stock Returns and Volatility** Nov/2002
Benjamin Miranda Tabak and Solange Maria Guerra
- 55 **Componentes de Curto e Longo Prazo das Taxas de Juros no Brasil** Nov/2002
Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Osmani Teixeira de Carvalho de Guillén
- 56 **Causality and Cointegration in Stock Markets: the Case of Latin America** Dec/2002
Benjamin Miranda Tabak and Eduardo José Araújo Lima
- 57 **As Leis de Falência: uma Abordagem Econômica** Dez/2002
Aloisio Araujo
- 58 **The Random Walk Hypothesis and the Behavior of Foreign Capital Portfolio Flows: the Brazilian Stock Market Case** Dec/2002
Benjamin Miranda Tabak
- 59 **Os Preços Administrados e a Inflação no Brasil** Dez/2002
Francisco Marcos R. Figueiredo e Thaís Porto Ferreira

60	Delegated Portfolio Management <i>Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak</i>	Dec/2002
61	O Uso de Dados de Alta Frequência na Estimação da Volatilidade e do Valor em Risco para o Ibovespa <i>João Maurício de Souza Moreira e Eduardo Facó Lemgruber</i>	Dez/2002
62	Taxa de Juros e Concentração Bancária no Brasil <i>Eduardo Kiyoshi Tonooka e Sérgio Mikio Koyama</i>	Fev/2003
63	Optimal Monetary Rules: the Case of Brazil <i>Charles Lima de Almeida, Marco Aurélio Peres, Geraldo da Silva e Souza and Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
64	Medium-Size Macroeconomic Model for the Brazilian Economy <i>Marcelo Kfoury Muinhos and Sergio Afonso Lago Alves</i>	Feb/2003
65	On the Information Content of Oil Future Prices <i>Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
66	A Taxa de Juros de Equilíbrio: uma Abordagem Múltipla <i>Pedro Calhman de Miranda e Marcelo Kfoury Muinhos</i>	Fev/2003
67	Avaliação de Métodos de Cálculo de Exigência de Capital para Risco de Mercado de Carteiras de Ações no Brasil <i>Gustavo S. Araújo, João Maurício S. Moreira e Ricardo S. Maia Clemente</i>	Fev/2003
68	Real Balances in the Utility Function: Evidence for Brazil <i>Leonardo Soriano de Alencar and Márcio I. Nakane</i>	Feb/2003
69	r-filters: a Hodrick-Prescott Filter Generalization <i>Fabio Araújo, Marta Baltar Moreira Areosa and José Alvaro Rodrigues Neto</i>	Feb/2003
70	Monetary Policy Surprises and the Brazilian Term Structure of Interest Rates <i>Benjamin Miranda Tabak</i>	April/2003
71	On Shadow-Prices of Banks in Real-Time Gross Settlement Systems <i>Rodrigo Penaloza</i>	April/2003
72	O Prêmio pela Maturidade na Estrutura a Termo das Taxas de Juros Brasileiras <i>Ricardo Dias de Oliveira Brito, Angelo J. Mont'Alverne Duarte e Osmani Teixeira de C. Guillen</i>	Mai/2003