



**BANCO CENTRAL DO BRASIL**

Trabalhos para Discussão

72

**O Prêmio pela Maturidade na Estrutura a Termo  
das Taxas de Juros Brasileiras**

*Ricardo D. Brito, Angelo José Mont'Alverne Duarte e  
Osmani Teixeira de Carvalho Guillén*

Maio, 2003

ISSN 1519-1028  
CGC 00.038.166/0001-05

Trabalhos para Discussão	Brasília	nº 72	Mai	2003	P. 1-38
--------------------------	----------	-------	-----	------	---------

# *Trabalhos para Discussão*

Editado por:

**Departamento de Estudos e Pesquisas (Depep)**

(E-mail: [workingpaper@bcb.gov.br](mailto:workingpaper@bcb.gov.br))

Reprodução permitida somente se a fonte for citada como: Trabalhos para Discussão n° 72.

Autorizado por Ilan Goldfajn (Diretor de Política Econômica).

**Controle Geral de Assinaturas:**

Banco Central do Brasil  
Demap/Disud/Subip  
SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 2º subsolo  
70074-900 Brasília (DF)  
Telefone: (61) 414-1392  
Fax: (61) 414-3165

*The views expressed in this work are those of the authors and do not reflect those of the Banco Central or its members.*

*Although these Working Papers often represent preliminary work, citation of source is required when used or reproduced.*

As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem a visão do Banco Central do Brasil.

Ainda que este artigo represente trabalho preliminar, citação da fonte é requerida mesmo quando reproduzido parcialmente.

**Central de Informações do Banco Central do Brasil**

Endereço: Secre/Surel/Dinfo  
Edifício-Sede – 2º subsolo  
SBS – Quadra 3 – Zona Central  
70074-900 Brasília (DF)  
Telefones: (61) 414 (...) 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406  
DDG: 0800 992345  
Fax: (61) 321-9453  
Internet: <http://www.bcb.gov.br>  
E-mails: [cap.secre@bcb.gov.br](mailto:cap.secre@bcb.gov.br)  
[dinfo.secre@bcb.gov.br](mailto:dinfo.secre@bcb.gov.br)

# O Prêmio pela Maturidade na Estrutura a Termo das Taxas de Juros Brasileiras\*

Ricardo D. Brito<sup>†</sup>      Angelo Jose Mont' Alverne Duarte<sup>‡</sup>  
Osmani Teixeira de Carvalho Guillén<sup>§</sup>

## Resumo

Este artigo estuda a validade da Hipótese das Expectativas Racionais (HER) para o Brasil, utilizando dados diários de julho de 1996 a dezembro de 2001 para prazos entre 1 dia e 1 ano. Mostra-se que (i) os coeficientes estimados do diferencial de rendimento (yield spread) nas equações de mudança de curto prazo da taxa longa e nas equações de mudança de longo prazo da taxa curta são imprecisos e incapazes de rejeitarem a HER. Por sua vez, (ii) diferenciais de rendimento altamente correlacionados com as previsões de expectativas racionais dos diferenciais de antecipação perfeita, mas significativamente mais voláteis que estes últimos, sugerem a rejeição da HER. A hipótese alternativa de reação exagerada (overreaction) do diferencial de rendimento à taxa curta contemporânea (ou de reação tímida (underreaction) da taxa longa à taxa curta contemporânea) parece uma explicação razoável para (iii) os coeficientes estimados significativamente menores que a unidade e (iv) os resíduos ortogonais ao conjunto de informação dos agentes nas regressões da previsão de expectativas racionais nos diferenciais de rendimento.

Palavras-Chave: estrutura a termo das taxas de juros, hipótese das expectativas, expectativas racionais, prêmio pelo prazo.

Classificação JEL: E43, G13.

---

\*Gostaríamos de agradecer a Eurilton Araújo (Ibmec), Fernando Garcia (EAESP/FGV-SP), João Victor Issler (EPGE-FGV) e Marcelo Fernandes (EPGE-FGV) pelas sugestões e comentários; e aos colegas Marcelo Zeuli e Ricardo Maia Clemente (BCB) pela assistência na coleta dos dados e na montagem das séries.

<sup>†</sup>IBMEC

<sup>‡</sup>Banco Central do Brasil e EPGE/FGV-RJ, 21 2559-6000 ramal 9798, aduarte@fgvmail.br

<sup>§</sup>Banco Central do Brasil e EPGE/FGV-RJ.

# 1 Introdução

A relação entre as taxas de juros de curto e longo prazos, ou o processo de formação da estrutura a termo das taxas de juros, interessa tanto aos participantes do mercado preocupados em inferir o valor das oportunidades de investimento, quanto às autoridades monetárias preocupadas em monitorar as expectativas dos agentes.

A mais conhecida teoria sobre estrutura a termo das taxas de juros, a Hipótese das Expectativas (HE), afirma que uma taxa de juros à vista de longo prazo é a média de longo prazo das expectativas das futuras taxas à vista de curto prazo mais um “prêmio pelo prazo” (*term premium*) invariante no tempo:

$$R_t^{(n)} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{t+mi}^{(m)} + \psi_k, \quad (1)$$

onde:  $R_t^{(n)}$  é a taxa de juros de longo prazo com  $n$  períodos,  $R_t^{(m)}$  é a taxa de juros de curto prazo de  $m$  períodos, ambas tomadas em nível,  $k = n/m$  é um inteiro maior que a unidade,  $E_t$  é a esperança condicionada a informação conhecida na data  $t$ , e a constante  $\psi_k$  é o prêmio pelo prazo. Se HE vale, ou seja, se o prêmio pelo prazo é constante, é fácil entender a relação entre as expectativas das futuras taxas e as taxas correntes. A inclinação da estrutura a termo de juros à vista é determinada pela expectativa do mercado quanto aos futuros valores dos juros de curto prazo à vista, e mudanças dessa expectativa refletem-se em movimentos da curva. Se, por outro lado, o prêmio pelo prazo varia ao longo do tempo de forma imprevisível, torna-se difícil discernir entre mudanças das taxas à vista causadas por revisão de expectativa das futuras taxas ou mudanças das taxas à vista causadas por variações dos prêmios pelo prazo.

Em acordo com o paradigma de Mercados Eficientes, a literatura empírica para os EUA e Europa testa a HE sob Expectativas Racionais (HER). Por exemplo, Mankiw e Miron (1986) utilizam títulos do tesouro americano de três e seis meses para testar a validade de HER para o período de 1890 a 1979. Rejeitam a HER para todos os subperíodos, exceto 1890-1914, anterior à organização do FED. Mankiw (1986), utilizando dados dos Estados Unidos, Canadá, Reino Unido e Alemanha,

rejeita a HER ao testar várias implicações derivadas dela. O autor reforça suas conclusões mostrando que variações de volatilidade dos títulos, variações no risco não diversificável, ou variações na oferta de ativos não podem explicar satisfatoriamente a grande variação no prêmio pela maturidade. Campbell e Shiller (1991) examinam dados do pós-guerra da estrutura a termo americana e encontram um comportamento inconsistente com a HER. Para qualquer maturidade entre um mês e dez anos, eles concluem que um diferencial de rendimento (*yield spread*) elevado entre as taxas longa e curta prevê um crescimento de longo prazo da taxa curta conforme a HER e uma redução de curto prazo da taxa longa contrária a HER. Hardouvelis (1994) estuda o comportamento das taxas de juros dos países do G7 e, utilizando variáveis instrumentais, consegue reverter a correlação negativa entre o diferencial de rendimento da estrutura a termo e a variação da taxa de longo prazo para todos os países exceto os Estados Unidos, onde a taxa longa parece reagir exageradamente (*overreact*). Mais recentemente, trabalhando com séries de *REPO-agreement* (operações de venda com compromisso de recompra) como proxies para as taxas sem risco de curto prazo americanas, Longstaff (2000) não rejeita a HER para vencimentos até três meses. Em suma, HER é quase sempre rejeitada para os EUA e não rejeitada para outros países do G7 <sup>1</sup>.

A freqüente rejeição de HER fez crescer o interesse pelas formulações de prêmio pelo prazo variável. Mankiw (1986) sugere que a taxa longa é observada com ruído, Modigliani e Sutch (1966) apontam para as variações na oferta de títulos longos motivadas pela política de gestão da dívida pública, e Engle et al. (1987) elaboram um modelo com risco variável no tempo. Uma alternativa ao prêmio pelo prazo variável é que a falha de HER seja devida a persistentes erros de expectativa. Froot (1989) utiliza pesquisas sobre expectativas de taxas de juros para mostrar a relevância dos erros de expectativas sistemáticos em horizontes longos. Campbell e Shiller (1991) sugerem uma reação exagerada das taxas de longo prazo às expectativas das futuras taxas curtas.

---

<sup>1</sup>Ver Anderson et al. (1996, cap. 9) para um resumo da evidência empírica internacional sobre a HE.

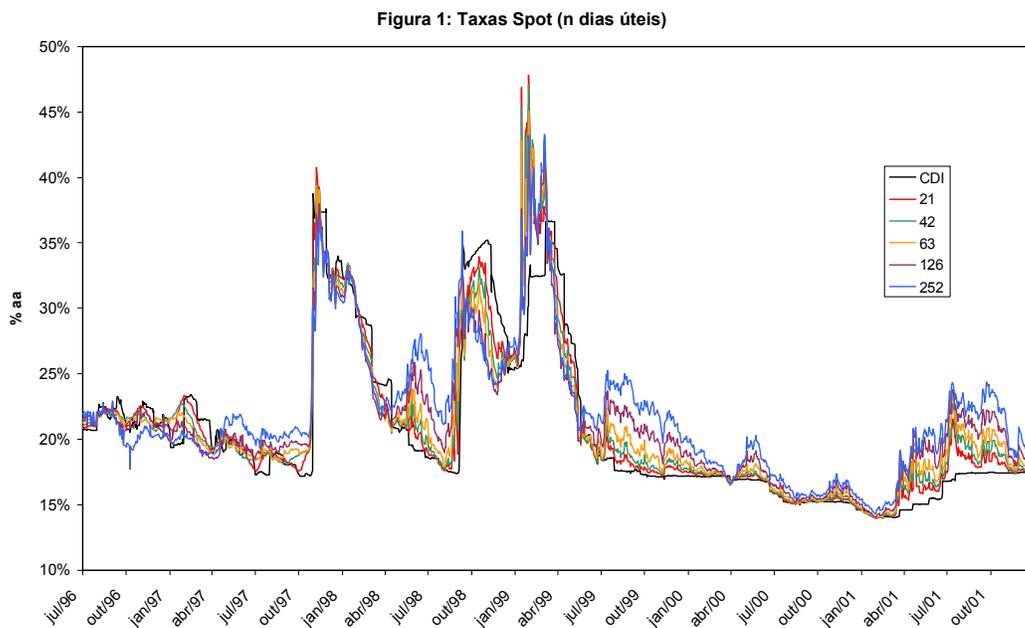
No Brasil, a literatura sobre o tema é incipiente, assim como é recente a formação de uma estrutura a termo passível de teste. Tabak e Andrade (2001) estudam a HER para a estrutura a termo brasileira com dados diários e prazos entre dois e doze meses. Utilizando o diferencial de rendimento defasado como instrumento para o diferencial contemporâneo, capturam uma dependência temporal do prêmio pela maturidade e concluem pela rejeição de HER. Lima e Issler (2002) testam HER sob expectativas racionais para dados de frequência mensal e prazos de um mês, 180 dias e 360 dias no contexto do modelo de valor presente desenvolvido em Campbell e Shiller (1987). Após testarem as implicações do modelo de valor presente concluem que as evidências são apenas parcialmente favoráveis a HER.

No presente artigo, construímos a estrutura a termo brasileira de um dia a um ano e examinamos a HER para quinze pares de prazos como em Campbell e Shiller (1991) e Hardouvelis (1994): (i) por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) estimamos o coeficiente angular do diferencial de rendimento (*term spread*) na equação de mudança de curto prazo da taxa de longo prazo e na equação de mudança de curto prazo da taxa de curto prazo; (ii) estimamos por MQO coeficiente angular do diferencial de rendimento na equação de mudança de longo prazo da taxa de curto prazo; e (iii) utilizando um modelo VAR, calculamos a previsão de expectativas racionais da mudança de longo prazo da taxa de curto prazo. Uma vez documentado o aparente desvio da HER, tentamos racionalizar os resultados em termos: (i) da presença de ruído branco nas taxas observadas, reestimando por Variáveis Instrumentais (VI); ou (ii) de reação exagerada das taxas de longo prazo.

O presente artigo encontra-se dividido em cinco seções, incluindo esta introdução. A segunda seção indica os procedimentos adotados na construção da curva de juros brasileira e faz uma análise descritiva da mesma. O suporte teórico utilizado neste trabalho é brevemente discutido na terceira seção. Na quarta seção testamos a HER para o Brasil. Finalmente, na quinta seção, as conclusões são elencadas.

## 2 Análise dos Dados e Teste Preliminar

Construímos a estrutura a termo das taxas de juros brasileira em frequência diária para o período compreendido entre 1/7/1996 e 31/12/2001, seguindo o procedimento descrito no Apêndice I. As taxas à vista para os prazos estudados, expressas em termos anuais e capitalização contínua <sup>2</sup>, estão apresentadas na Figura 1. Podem ser visualizados três pontos importantes: as crises da Ásia em outubro de 1997, da Rússia em agosto de 1998 e por último, em janeiro de 1999, a mudança de regime cambial no Brasil.



---

<sup>2</sup> $R_t = \ln(1 + r_t)$ , onde  $R_t$  representa a taxa em capitalização contínua e  $r_t$  a taxa em capitalização anual.

Tabela 1  
Estatísticas Descritivas das Taxas à Vista Anualizadas Brasileiras de 01/07/1996 até 31/12/2001

Estatísticas	Taxas em nível						Diferença diária das taxas					
	1	21	42	63	126	252	1	21	42	63	126	252
Média	.2055	.2086	.2092	.2108	.2143	.2208	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
Méd.Segunda	.2052	.2079	.2085	.2102	.2137	.2202	-.0009	-.0002	.0000	.0001	.0000	.0000
Méd.Terça	.2064	.2081	.2086	.2102	.2137	.2201	-.0001	.0002	.0002	.0002	.0001	.0001
Méd.Quarta	.2050	.2082	.2087	.2103	.2140	.2206	-.0001	.0000	-.0001	-.0001	.0000	.0000
Méd.Quinta	.2049	.2096	.2103	.2119	.2153	.2219	.0002	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000
Méd.Sexta	.2059	.2093	.2098	.2112	.2145	.2212	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
Desvio Padrão	.0590	.0591	.0567	.0540	.0505	.0498	.0074	.0082	.0079	.0075	.0068	.0065
D.P.Segunda	.0586	.0580	.0555	.0528	.0492	.0485	.0155	.0146	.0140	.0135	.0127	.0121
D.P.Terça	.0596	.0569	.0544	.0519	.0490	.0484	.0164	.0131	.0135	.0134	.0133	.0131
D.P.Quarta	.0588	.0587	.0565	.0537	.0504	.0496	.0161	.0148	.0151	.0148	.0150	.0147
D.P.Quinta	.0582	.0612	.0589	.0560	.0522	.0514	.0162	.0201	.0196	.0190	.0171	.0165
D.P.Sexta	.0603	.0612	.0587	.0559	.0522	.0515	.0191	.0169	.0158	.0153	.0147	.0140
$\rho_1$	.9920	.9900	.9900	.9900	.9910	.9910	-.0250	-.0230	.0110	.0430	.1100	.1190
$\rho_2$	.9850	.9810	.9800	.9800	.9800	.9800	.0200	-.0580	-.0680	-.0880	-.1130	-.1200
$\rho_3$	.9580	.9620	.9600	.9590	.9570	.9580	.0030	.1530	.1450	.1210	.0630	.0520
$\rho_4$	.9070	.9130	.9140	.9130	.9100	.9140	.0140	.0320	.0470	.0410	.0330	.0260
$\rho_5$	.7880	.7930	.7910	.7850	.7740	.7810	-.0200	.0330	.0400	.0300	.0280	.0260
Teste ADF	-2.58	-2.68	-2.78	-2.97*	-3.07*	-3.07*	-8.79**	-8.2**	-7.92**	-7.56**	-7.5**	-7.38**
Teste KPSS	1.89**	1.68**	1.59**	1.53**	1.44**	1.30**	0.03	0.04	0.04	0.04	0.03	0.04

Notas:

- (i) Tamanho das amostras em nível: 1380 observações para Média, 275 para Segunda, 276 para Terça, 283 para Quarta, 271 para Quinta e 275 para Sexta.
- (ii) Tamanho das amostras em diferença: 1379 observações para Média, 263 para Segunda, 266 para Terça, 280 para Quarta, 256 para Quinta e 264 para Sexta.
- (iii) ADF testa  $H_0$ : série não-estacionária. Para nível diário incluiu intercepto e 20 diferenças defasadas. Para diferença diária incluiu 19 diferenças defasadas.
- (iv) KPSS testa  $H_0$ : série estacionária. Para nível diário utiliza janela de 21 defasagens. Para diferença diária utiliza 20 defasagens.
- (v) \*(\*\*) indica rejeição de  $H_0$  ao nível de significância de 5% (1%). Para o ADF, valor crítico a 5% (1%) igual a -2.86 (-3.44). Para o KPSS, valor crítico a 5% (1%) igual a 0.46 (0.74).

A Tabela 1 apresenta algumas estatísticas descritivas do nível e da variação diária das taxas de juros à vista anualizadas para o período. Semelhantemente à evidência internacional, observa-se que a estrutura a termo foi em média positivamente inclinada, com maior volatilidade das taxas mais curtas. Ao contrário dos EUA, não se observam efeitos dia da semana, como dias específicos nos quais as taxas são significativamente mais altas ou mais voláteis. A autocorrelação elevada adverte que a informação disponível na amostra é efetivamente menor do que pode indicar o seu tamanho (1.380 observações). A não-estacionariedade das séries foi testada pelo procedimento Augmented Dickey-Fuller (ADF), cuja hipótese nula é não-estacionariedade e pelo procedimento de Kwiatkowski et al. (1992) (KPSS) que assume série estacionária sob a hipótese nula. Ambos os testes oferecem evidências de séries não-estacionárias no nível e estacionárias na diferença. Note-se porém que no teste ADF os prazos de 126 e 252 dias rejeitam a 5% de significância a hipótese nula.

Embora a não-estacionariedade das séries pareça questionável à luz da teoria

econômica, e a baixa potência dos testes de raiz unitária seja conhecida, muitos trabalhos assumem não-estacionariedade do nível das taxas e optam pela modelagem da diferença das mesmas. Se esse é o caso, a cointegração com coeficiente unitário das taxas longas e curtas é condição necessária para que HE valha. A condição não é suficiente porque a cointegração requer apenas que os erros de expectativas e o prêmio pelo prazo sejam estacionários. Ou seja, a cointegração é consistente com um prêmio pelo prazo variável no tempo.

A Tabela 2 apresenta o teste de cointegração de Johansen com intercepto e sem tendência para os vários vértices. Nessa tabela e nas que se seguem, os índices  $m$  e  $n$  representam o prazo, medido em dias úteis, das taxas curta e longa, respectivamente. As vinte diferenças defasadas utilizadas foram suficientes para gerar resíduos não-autocorrelacionados, porém heterocedásticos e leptocúrticos. Observa-se que a cointegração é mais forte entre as taxas mais curtas (direção noroeste) e que perde força à medida que crescem as maturidades (direção sudeste). Exceto para o vértice mais longo ( $n = 252$  e  $m = 126$ ), não se pode rejeitar a hipótese de cointegração. A maior dificuldade em constatar cointegração das taxas mais longas na amostra pode ser devida à menor velocidade de convergência das mesmas, relativamente às taxas curtas. De fato, é sempre a taxa mais curta que maior peso coloca no vetor de correção de erro (não apresentado). Se esse é o caso, uma amostra maior permitirá a detecção de cointegração das taxas mais longas inclusive <sup>3</sup>.

A hipótese de coeficiente de cointegração unitário não parece pouco razoável pelo exame das estimativas pontuais. Utilizando os erros-padrão de White (1980) sugeridos por Hansen (1992), obtemos estatísticas  $t$  abaixo de 1,96 para sete vértices ou abaixo de 2,33 para onze vértices. Se levamos em conta a leptocurtose dos resíduos, fica difícil rejeitar a hipótese da cointegração com coeficiente unitário <sup>4</sup>. A quinta linha de cada vértice apresenta o intercepto do vetor de cointegração,

---

<sup>3</sup>Uma hipótese alternativa, sustentável pelo resultado deste teste e do ADF (na Tabela 1) para os vértices  $n = 252$  e  $m = 126$ , é que as taxas podem ser estacionárias no nível.

<sup>4</sup>Uma forma mais rigorosa de proceder a análise de significância dos coeficientes de cointegração seria computar os erros-padrão por um procedimento Monte-Carlo. Contudo, o custo computacional não pareceu compensar a evidência fraca eventualmente oferecida pelo teste de cointegração.

indicando um prêmio não significativo em todos os casos.

Tabela 2  
Teste de cointegração de Johansen (sem tendência)

n	m				
	1	21	42	63	126
21	37.99**				
	7.18				
	-1.00				
	(0.06)				
	0.00				
	(0.01)				
42	39.56**	53.11**			
	7.49	7.90			
	-0.95	-0.95			
	(0.06)	(0.02)			
	-0.01	-0.01			
	(0.01)	(0.00)			
63	36.86**	42.13**	33.46**		
	7.70	7.99	7.67		
	-0.88	-0.89	-0.93		
	(0.06)	(0.04)	(0.03)		
	-0.03	-0.03	-0.02		
	(0.01)	(0.01)	(0.01)		
126	34.06**	33.42**	29.92**	29.13**	
	7.92	8.20	8.14	9.05	
	-0.79	-0.79	-0.83	-0.91	
	(0.07)	(0.09)	(0.08)	(0.06)	
	-0.05	-0.05	-0.04	-0.02	
	(0.01)	(0.02)	(0.02)	(0.01)	
252	28.02**	26.33**	23.89*	23.42*	20.29*
	7.61	7.94	8.12	9.07	9.43*
	-0.75	-0.75	-0.78	-0.87	-1.00
	(0.10)	(0.14)	(0.15)	(0.12)	(0.05)
	-0.07	-0.06	-0.06	-0.04	-0.01
	(0.02)	(0.03)	(0.03)	(0.02)	(0.01)

Notas: (i) Permite-se intercepto no vetor de cointegração e 20 diferenças defasadas. (ii) De cima para baixo: LR(nenhum vetor), LR(máximo 1 vetor), coeficiente de cointegração e erro-padrão, intercepto e erro-padrão. (iii) Erros-padrão de White (1980), computados segundo Hansen (1992). (iv) \*(\*\*) indica rejeição da hipótese ao nível de significância de 5%(1%). (v) Para LR(nenhum vetor) valor crítico a 5% (1%) igual a 19.96 (24.60). (vi) Para LR(máximo 1 vetor) valor crítico a 5% (1%) igual a 9.24 (12.97).

Nossa interpretação é que a Tabela 2 não fornece evidência suficiente para rejeitar a cointegração com coeficiente unitário e outras implicações da HE merecem exame. Tais implicações são derivadas na seção seguinte e testadas na seção 4, para onde pode se dirigir o leitor familiarizado com a literatura de teste da HE sob expectativas racionais.

### 3 Discussão Teórica

Representando a equação (1) na sua forma geral:

$$R_t^{(n)} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{t+mi}^{(m)} + \psi_{k,t}, \quad k = n/m, \quad (2)$$

onde um prêmio pelo prazo longo (*term premium*) dependente do tempo,  $\psi_{k,t}$ , é a média dos próximos  $k$  valores esperados dos prêmios pelo carregamento por prazo curto do título longo (*m-period holding premia*),  $\{E_t \varphi_{k,t+mi}\}_{i=0}^{k-1}$ :

$$\psi_{k,t} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} E_t \varphi_{k,t+mi}. \quad (3)$$

Observa-se que a taxa de longo prazo é a soma do prêmio pelo prazo com a média das  $k$  taxas de curto prazo esperadas entre a data  $t$  e  $t+n$ . De forma alternativa, pode-se apresentar (2) para uma taxa de juros de  $(n-m)$  períodos na data  $t+m$ ,

$$R_{t+m}^{(n-m)} = \frac{m}{n-m} \sum_{i=0}^{k-2} E_{t+m} \left[ R_{t+m+mi}^{(m)} + \varphi_{k,t+m+mi} \right], \quad (4)$$

multiplicá-la por  $(n-m)$  e subtrair de (2) multiplicada por  $n$ , para obter o retorno realizado pelo carregamento por prazo curto do título longo (*m-period holding return*):

$$nR_t^{(n)} - (n-m)R_{t+m}^{(n-m)} = m \left( R_t^{(m)} + E_t \varphi_{k,t} - \xi_{t+m} \right), \quad (5)$$

onde  $\xi_{t+m} = \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \left( E_{t+m} R_{t+mi}^{(m)} - E_t R_{t+mi}^{(m)} \right) + \left( E_{t+m} \varphi_{k,t+mi} - E_t \varphi_{k,t+mi} \right) \right]$  representa as perdas (ganhos) oriundas das revisões de expectativas das futuras taxas de curto prazo e dos futuros prêmios de carregamento.

Na equação (5),  $m(E_t \varphi_{k,t} - \xi_{t+m})$  representa o excesso de retorno entre duas estratégias de investimento: na primeira, compra-se um título de longo prazo para revendê-lo ao final do prazo curto; e na segunda, compra-se um título de curto prazo para carregá-lo até o vencimento <sup>5</sup>.

A equação (5) pode ainda expressar a variação de curto prazo do rendimento do título de longo prazo,  $R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}$ . Subtraindo  $mR_t^{(n)}$  de ambos os lados e multiplicando por  $-1/(n-m)$  obtemos:

$$R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} = \frac{m}{n-m} \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} - E_t \varphi_{k,t} + \xi_{t+m} \right), \quad (6)$$

ou

$$R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} = s_t^{(n,m)} - \frac{m}{n-m} E_t \varphi_{k,t} + \frac{m}{n-m} \xi_{t+m}, \quad (7)$$

---

<sup>5</sup>Ou de outras duas estratégias: numa compra-se um título de longo prazo para carregá-lo até o vencimento; e noutra compra-se um título de curto prazo e outro título de prazo  $(n-m)$  após o vencimento do primeiro.

onde:  $s_t^{(n,m)} = (m/(n-m)) S_t^{(n,m)} = (m/(n-m)) (R_t^{(n)} - R_t^{(m)})$  é um múltiplo do diferencial de rendimento entre os títulos longo e curto  $S_t^{(n,m)}$  (*yield spread*).

A equação (7) permite testar a HE sob expectativas racionais. Uma vez que o prêmio esperado pelo carregamento é constante sob HE,  $E_t \varphi_{k,t} = \varphi_k$ , e as futuras revisões de expectativas são imprevisíveis sob expectativas racionais,  $E_t [\xi_{t+m}] = 0$ , a variação esperada de curto prazo do rendimento do título de longo prazo é dado por:

$$E_t R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} = s_t^{(n,m)} - \frac{m}{n-m} \varphi_k. \quad (8)$$

Ou seja, o diferencial de rendimento,  $S_t^{(n,m)}$ , prevê a mudança de curto prazo da taxa longa,  $(R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)})$ . A intuição é que um aumento de curto prazo do rendimento do título longo provoca perda de capital, e o prêmio  $(S_t^{(n,m)} - \varphi_k)$  é a compensação pela perda esperada.

Se a equação (8) vale, ou seja se a HE sob expectativas racionais é válida, a regressão de  $R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}$  em  $s_t^{(n,m)}$ :

$$R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} = \alpha + \beta \cdot s_t^{(n,m)} + u_{t+m}, \quad (9)$$

onde  $u_{t+m}$  é  $MA(m-1)$ , deve resultar num coeficiente angular igual a unidade,  $H_0 : \beta = 1$ .

Uma outra implicação da HE sob expectativas racionais sobre (2) é que subtraindo  $R_t^{(m)}$  de ambos os lados e rearranjando:

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = E_t \left[ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \sum_{j=1}^i (R_{t+mj}^{(m)} - R_{t+m(j-1)}^{(m)}) \right] \right] + \psi_k; \quad (10)$$

ou

$$S_t^{(n,m)} = E_t S_t^{(n,m)*} + \psi_k, \quad (11)$$

onde,

$$\begin{aligned} S_t^{(n,m)*} &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} \left[ \sum_{j=1}^i (R_{t+mj}^{(m)} - R_{t+m(j-1)}^{(m)}) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{k-1} (1 - i/k) (R_{t+mi}^{(m)} - R_{t+m(i-1)}^{(m)}), \end{aligned} \quad (12)$$

é uma média ponderada das próximas  $(k - 1)$  mudanças de curto prazo da taxa curta. De fato, se é esperada uma alta de longo prazo das taxas curtas, o rendimento atual do título longo deve ser superior ao rendimento atual do título curto, como forma de equalizar o retorno até o vencimento do primeiro com o rendimento da seqüência de  $k$  investimentos em títulos de curto prazo entre as datas  $t$  e  $t + n$ . A variável  $S_t^{(n,m)*}$  pode ser denominada diferencial de rendimento de antecipação perfeita (*perfect foresight spread*), pois, a menos da constante  $\psi_k$ , seria o diferencial de rendimento entre os títulos longos e curtos caso a previsão das futuras taxas curtas fosse perfeita.

Se a equação (11) vale, ou seja se a HE sob expectativas racionais é válida, a regressão de  $S_t^{(n,m)*}$  em  $S_t^{(n,m)}$ :

$$S_t^{(n,m)*} = \gamma + \beta \cdot S_t^{(n,m)} + v_{t+m}, \quad (13)$$

onde  $v_{t+m}$  é  $MA(n - m - 1)$ , deve resultar num coeficiente angular igual a unidade,  $H_0 : \beta = 1$ . Adicionalmente, o intercepto pode ser interpretado como o negativo de prêmio pelo prazo longo  $\gamma = -\psi_k$ .

Apesar de simples, os testes da HE baseados em (8) e (11) têm alguns problemas: (i) possuem erros justapostos difíceis de corrigir quando  $n$  é grande relativamente ao tamanho da amostra (Richardson e Stock (1989)) e (ii) as distribuições das suas estatísticas de testes apresentam viés em pequenas amostras (Bekaert et al. (1997)). Além disso (iii) não permitem comparar os movimentos do diferencial observado com o diferencial implicado pela HE.

Para avaliar (iii), a capacidade da HE explicar o formato observado da estrutura a termo, Campbell e Shiller (1991) propõe uma abordagem VAR, projetando  $S_t^{(n,m)*}$  num subconjunto de informação dos agentes. A abordagem VAR (i) contorna o problema de estimações com erros justapostos e, segundo Bekaert et al. (1997), (ii) minoram o problema de viés da distribuição de teste. Assume-se a história do vetor de componentes estacionários  $x_t \equiv [\Delta R_t^{(m)}, S_t^{(n,m)}]$  como o subconjunto de informação dos agentes e uma representação VAR(p) para  $x_t$ . Reescrevendo o

VAR(p) na forma de VAR(1):

$$z_t = Az_{t-1} + u_t,$$

onde  $z_t = [\Delta R_t^{(m)}, \Delta R_{t-1}^{(m)}, \dots, \Delta R_{t-p+1}^{(m)}, S_t^{(n,m)}, \dots, S_{t-p+1}^{(n,m)}]'$ . Definem-se os vetores canônicos  $g$  e  $h$  tais que  $g'z_t = S_t^{(n,m)}$  e  $h'z_t = (R_{t+1}^{(m)} - R_t^{(m)})$ , e computa-se a previsão VAR,  $S_t^{(n,m)'}$ , do diferencial de antecipação perfeita,  $S_t^{(n,m)*}$ :

$$S_t^{(n,m)'} \equiv h'A [I - (m/n)(I - A^n)(I - A^m)^{-1}] (I - A)^{-1} z_t, \quad (14)$$

que é o diferencial teórico sob expectativas racionais.

Se a HE sob expectativas racionais vale, a projeção de (11) num subconjunto de informação  $z_t$  implica:

$$S_t^{(n,m)} = g'z_t = S_t^{(n,m)'}, \quad (15)$$

qualquer que seja o conjunto de informação contendo  $S_t^{(n,m)}$ , significando que o diferencial observado coincide com a melhor previsão de crescimento de longo prazo das taxas de curto prazo. A intuição é que se o prêmio pelo prazo é constante, toda a informação relevante para o mercado está contida em  $S_t^{(n,m)}$ , o qual foi incluído no VAR.

Pode-se testar (15) de várias maneiras. Por exemplo sob HE, nem a correlação, nem a razão dos desvios-padrão entre  $S_t^{(n,m)'}$  e  $S_t^{(n,m)}$  deve ser diferente de 1. Outra implicação testável de (15) é que:

$$g'(I - A) \equiv h'A [I - (m/n)(I - A^n)(I - A^m)^{-1}]. \quad (16)$$

Ainda sob HE, a regressão:

$$S_t^{(n,m)'} = \gamma + \beta S_t^{(n,m)} + \zeta \Omega_t + w_t, \quad (17)$$

onde  $\Omega_t$  é algum elemento do conjunto de informação do agente na data  $t$  e  $w_t$  é um termo de erro, deve resultar numa estimativa  $\zeta$  não significativamente diferente de zero <sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup>Complementarmente, se HE não vale, o diferencial observado  $S_t^{(n,m)}$  não resume adequadamente a informação contida em  $S_t^{(n,m)'}$ . Como conseqüência, devemos rejeitar as hipóteses sugeridas nos três testes acima.

Na seção seguinte, efetuamos os testes sugeridos de (9) e (13), além de alguns outros motivados na mesma.

## 4 Testando a Hipótese das Expectativas

Na Tabela 3.a, as duas primeiras linhas de cada par  $(m, n)$  apresentam a estimativa de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) do coeficiente  $\beta$  da equação (9) e o erro-padrão assintótico, corrigido para heterocedasticidade e erros justapostos <sup>7</sup>. Para algumas combinações de  $m$  e  $n$  em que não estão disponíveis as taxas de prazo  $(n - m)$ , adotou-se a aproximação  $R_{t+m}^{n-m} = R_{t+m}^n$ .

A análise das estimativas de MQO evidencia que (i) o valor pontual do  $\beta_{mqo}$  é negativo para algumas combinações de prazos  $(n = 21, m = 1)$  e  $(n = 42, m = 1)$ ; e (ii) vista a magnitude dos erros-padrão, não é possível rejeitar a hipótese de  $\beta = 1$ , nem a hipótese de  $\beta = 0$ . Nossos resultados são semelhantes aos de Campbell & Shiller (1991) e Hardouvelis (1994), entre outros, que caracterizaram as estimativas de  $\beta$ 's negativos como um enigma para a HE sob expectativas racionais (*puzzle*).

---

<sup>7</sup>Os erros-padrão foram computados de acordo com Hansen e Hodrick (1980), considerando que o erro da equação (9) segue um processo  $MA(m - 1)$ .

Tabela 3.a  
 Coeficiente angular da regressão:  
 $R_{t+m}^{(n)} - R_t^{(n)} = \alpha + \beta(m/(n-m))(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}) + u_{t+m}$   
 Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e Variáveis Instrumentais (VI)

n		m				
		1	21	42	63	126
21	$\beta_{mqo}$	-0.02 (1.45)				
	$\beta_{vi}$	0.03 (0.39)				
42	$\beta_{mqo}$	-0.06 (1.60)	0.85 (0.50)			
	$\beta_{vi}$	-0.16 (0.63)	0.92 (0.31)			
63	$\beta_{mqo}$	0.22 (1.52)	0.58 (0.51)	0.71 (0.53)		
	$\beta_{vi}$	-0.12 (0.71)	0.60 (0.30)	0.71 (0.20)		
126	$\beta_{mqo}$	1.21 (1.51)	0.76 (0.74)	0.95 (0.68)	0.68 (1.06)	
	$\beta_{vi}$	0.28 (0.83)	0.70 (0.50)	0.94 (0.31)	0.68 (0.26)	
252	$\beta_{mqo}$	1.37 (2.15)	0.22 (1.23)	0.58 (0.99)	0.60 (1.92)	1.29 (1.22)
	$\beta_{vi}$	-0.28 (1.28)	0.12 (0.87)	0.55 (0.63)	0.41 (0.53)	1.35 (0.50)

Notas: (i) Erros-padrão, reportados entre parênteses, computados conforme Hansen-Hodrick (1980), supondo que os erros seguem um processo MA(m-1). (ii) A estimação por variáveis instrumentais utiliza vinte defasagens do spread ( $R_t^{(n)}, R_t^{(m)}$ ) e vinte defasagens da variação da taxa curta em m períodos ( $R_{t+m}^{(n)} - R_t^{(n)}$ ).

O baixo poder preditivo do diferencial,  $S_t^{(n,m)}$ , em relação à variação de curto prazo da taxa longa, levanta a dúvida se o primeiro tem algum alguma capacidade de explicar a variação futura da taxa de curto prazo. Indagação que pode ser repondida pela regressão auxiliar:

$$R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)} = \chi + \delta \cdot S_t^{(n,m)} + \nu_{t+m}, \quad (18)$$

onde  $\nu_{t+m}$  é  $MA(m-1)$ , que projeta a variação de curto prazo da taxa curta,  $R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)}$ , sobre o diferencial, como em Hardouvelis (1994). Observe, contudo, que o tamanho de  $\delta$  e sua distância da unidade não informam quão bem o comportamento das taxas curtas se adequa à HE, mas apenas se  $S_t^{(n,m)}$  tem algum poder preditivo sobre elas <sup>8</sup>.

Na Tabela 3.b, as duas primeiras linhas de cada par  $(m, n)$  apresentam as estimativas de MQO do coeficiente  $\delta$  da equação (18) e o erro-padrão assintótico,

<sup>8</sup>Para estudar esta questão, é necessário examinar a evolução da taxa de curto prazo ao longo de vários períodos como em (13), o que será efetuado adiante.

corrigido para heterocedasticidade e erros justapostos <sup>9</sup>. Ao contrário do  $\beta$  estimado na equação (9), o MQO produz estimativas de  $\delta$  positivas e significativas ao nível de 1% para 12 dos 15 vértices estudados, mostrando que, em geral, o diferencial tem poder preditivo sobre a variação de curto prazo da taxa curta.

Um explicação aventada para o desvio do  $\beta_{mqo}$  em relação à unidade é que as taxas são observadas com erro (Mankiw (1986)). Por exemplo, se a taxa longa é observada com um ruído branco aditivo:

$$R_t^{(n)} = R_t^{(n)*} + \varepsilon_t, \quad (19)$$

onde  $R_t^{(n)}$  é a taxa longa observada,  $R_t^{(n)*}$  é a verdadeira taxa longa implicada por HE e  $\varepsilon_t$  é o ruído, tem-se para a variação da taxa longa e para o diferencial, respectivamente:

$$R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} = R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*} + (\varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t),$$

e

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} + \varepsilon_t;$$

o que implica que o  $\beta_{mqo}$  possui viés negativo igual a (derivado no Apêndice C):

$$Viés(\beta_{mqo}) = -\frac{n}{m} \cdot \frac{\sigma^2(\varepsilon_t)}{\sigma^2(R_t^{(n)} - R_t^{(m)})}. \quad (20)$$

Por outro lado, se a taxa curta é observada com um ruído branco aditivo:

$$R_t^{(m)} = R_t^{(m)*} + \varepsilon_t, \quad (21)$$

onde  $R_t^{(m)*}$  é a verdadeira taxa curta e  $\varepsilon_t$  é o ruído, tem-se para a variação da taxa curta e para o diferencial, respectivamente:

$$R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)} = R_{t+m}^{(m)*} - R_t^{(m)*} + (\varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t),$$

e

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = R_t^{(n)*} - R_t^{(m)*} - \varepsilon_t,$$

---

<sup>9</sup>Os erros-padrão foram computados de acordo com Hansen e Hodrick (1980), considerando que o erro da equação (9) segue um processo  $MA(m-1)$ .

o que implica que o  $\delta_{mqo}$  possui viés igual a (derivado no Apêndice C):

$$Viés(\delta_{mqo}) = (-\delta^* + 1) \cdot \frac{\sigma^2(\varepsilon_t)}{\sigma^2(R_t^{(n)} - R_t^{(m)})}. \quad (22)$$

Como as estimativas de MQO das equações (9) e (18) podem ter sido viesadas pela presença de ruído branco nas taxas observadas, reestimamos as duas equações por Variáveis Instrumentais (VI).

De (20), espera-se que o  $\beta$  estimado por VI cresça se a taxa longa é observada com ruído e convirja para a unidade. As duas últimas linhas de cada vértice  $(n, m)$  da Tabela 3.a apresentam os resultados da estimação por VI da equação (9). Usamos como instrumentos vinte defasagens do diferencial,  $R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$ , e vinte defasagens da variação da taxa curta,  $R_t^{(m)} - R_{t-1}^{(m)}$ . As estimativas por VI não convergem para 1, como previsto pela hipótese de presença de ruído branco e, ao contrário do esperado, em cada linha referente a uma taxa longa, observam-se  $\beta'_{vi}$ s menores que  $\beta'_{mqo}$ s para todos os prazos, exceto  $n = 21$ , que pode estar sendo observada com ruído. Portanto, a explicação simples de ruído branco aditivo na taxa longa não parece suficiente para conciliar os baixos  $\beta'_{mqo}$ s com a HE.

Ainda insistindo na hipótese de ruído branco na taxa curta, de (22) espera-se que o  $\delta$  estimado por VI decresça se  $\delta^* < 1$  ou cresça se  $\delta^* > 1$ . As duas últimas linhas de cada vértice  $(n, m)$  da Tabela 3.b apresentam os resultados da estimação por VI da equação (18). Usamos como instrumentos vinte defasagens do diferencial,  $R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$ , e vinte defasagens da variação da taxa curta,  $R_t^{(m)} - R_{t-1}^{(m)}$ . Analisando a coluna referente à taxa de um dia ( $m = 1$ ), para a qual  $\delta$  parece pequeno, observam-se todos os  $\delta'_{vi}$ s menores ou iguais que  $\delta'_{mqo}$ s, evidência a favor da suspeita de presença de ruído na observação da taxa de um dia. Na coluna  $m = 21$ , para  $n = 42$  e  $63$ ,  $\delta'$ s aparentemente maiores que 1 e  $\delta'_{vi}$ s maiores que  $\delta'_{mqo}$ s também acordam com a suspeita de ruído na taxa de 21 dias. Essa suspeita sobrevive para  $m = 21$ , quando para  $\delta'$ s aparentemente menores que 1, os  $\delta'_{vi}$ s são menores que os  $\delta'_{mqo}$ s para  $n = 126$  e  $252$ . Como o exame das outras taxas curtas é desnecessário <sup>10</sup>, conclui-se das reestimações por VI que a hipótese de ruído branco

<sup>10</sup>Pois foram analisadas como taxas longas na Tabela 3.a, onde concluiu-se pela inexistência do

só é razoável para as taxas curtas mais curtas ( $m = 1$  e  $21$ ), ao contrário do concluído por Hardouvelis (1994).

Os baixos  $\beta'_{mqo}$ s obtidos na Tabela 3.a são a regra na literatura de teste da HE, mas não parecem suficientes para rejeitá-la, dados os problemas de amostra finita da equação (9), já mencionados na seção anterior. Portanto, assim como na literatura, seguem-se outros testes em busca de evidências mais confiáveis.

Tabela 3.b  
Coeficiente angular da regressão:  
 $R_{t+m}^m - R_t^m = \alpha + \delta(R_t^m - R_t^m) + v_{t+1}$   
Mínimos quadrados ordinários e variáveis instrumentais

n		m				
		1	21	42	63	126
21	$\delta_{mqo}$	0.13 (0.05)				
	$\delta_{vi}$	0.09 (0.01)				
42	$\delta_{mqo}$	0.10 (0.03)	1.85 (0.50)			
	$\delta_{vi}$	0.08 (0.01)	1.92 (0.31)			
63	$\delta_{mqo}$	0.08 (0.03)	1.11 (0.26)	2.57 (1.01)		
	$\delta_{vi}$	0.07 (0.01)	1.12 (0.15)	2.59 (0.40)		
126	$\delta_{mqo}$	0.06 (0.02)	0.67 (0.16)	1.13 (0.40)	1.68 (1.06)	
	$\delta_{vi}$	0.05 (0.00)	0.66 (0.08)	1.13 (0.17)	1.68 (0.26)	
252	$\delta_{mqo}$	0.04 (0.01)	0.45 (0.13)	0.72 (0.26)	1.38 (0.81)	2.29 (1.22)
	$\delta_{vi}$	0.04 (0.00)	0.45 (0.07)	0.71 (0.15)	0.89 (0.20)	2.35 (0.50)

Notas: (i) Erros-padrão, reportados entre parênteses, computados conforme Hansen-Hodrick (1980), supondo que os erros seguem um processo MA(m-1). (ii) A estimação por variáveis instrumentais utiliza vinte defasagens do spread  $(R_t^m - R_t^m)$  e vinte defasagens da variação da taxa curta em m períodos  $(R_{t+m}^m - R_t^m)$ .

Para examinar quão bem o comportamento das taxas curtas se adequa à HE é necessário examinar a evolução de longo prazo da taxa curta como em (13). A Tabela 4 exhibe coeficientes angulares ( $\beta$ 's) positivos e significativos, indicando que o diferencial antecipa a variação de longo prazo da taxa curta em acordo com a HE. Confirmando a magnitude da reação prevista pela HE, nenhum coeficiente é significativamente diferente de 1<sup>11</sup>. Apesar de não-significativos na maioria dos ruído branco aditivo nas mesmas.

<sup>11</sup> 14 dos 15 coeficientes não são significativamente diferentes de 1 a 5%, e nenhum deles o é a 1% de significância.

casos, os prêmios pelo prazo ( $-\gamma$ , ou seja, menos o intercepto) são positivos como esperado, evidenciando um mercado com agentes neutros ao risco.

Tabela 4  
Estimativas de MQO de:  
 $S_t^{(n,m)*} = \gamma + \beta S_t^{(n,m)} + v_{t+m}$

n	m				
	1	21	42	63	126
21	0.60				
	(0.19)				
	-0.002				
	(0.001)				
42	0.74	0.92			
	(0.18)	(0.25)			
	-0.003	-0.001			
	(0.003)	(0.002)			
63	0.77	0.84			
	(0.18)	(0.27)			
	-0.005	-0.002			
	(0.005)	(0.004)			
126	0.80	0.98	0.94	0.84	
	(0.23)	(0.29)	(0.35)	(0.53)	
	-0.008	-0.006	-0.005	-0.004	
	(0.008)	(0.008)	(0.007)	(0.005)	
252	0.74	1.02	1.05	1.09	1.14
	(0.19)	(0.31)	(0.38)	(0.46)	(0.61)
	-0.014	-0.013	-0.012	-0.011	-0.008
	(0.012)	(0.012)	(0.011)	(0.010)	(0.006)

Notas: (i) De cima para baixo, coeficiente angular e erro-padrão, intercepto e erro-padrão. (ii) Erros-padrão, reportados entre parênteses, computados conforme Hansen-Hodrick (1980), supondo que os erros seguem um processo MA(n-m-1).

O melhor ajuste de (13) relativamente a (9) foi obtido anteriormente por Campbell e Shiller (1991), embora estes rejeitem a HE para maturidades inferiores a quatro anos.

Passando aos procedimentos de estimação do VAR, da equação (15), a HE prevê uma correlação perfeita entre  $S_t^{(n,m)}$  e  $S_t^{(n,m)'}$ . A Tabela 5 abaixo apresenta as correlações estimadas e os seus respectivos erros-padrão computados pelo método Delta<sup>12</sup>, para  $S_t^{(n,m)'}$  calculado por um VAR(20) de componentes  $x_t \equiv [\Delta R_t^{(m)}, S_t^{(n,m)}]$ .

<sup>12</sup>Método Delta: Considere o estimador  $\hat{\beta}$  que satisfaz:

$$\sqrt{T} (\hat{\beta} - \beta_0) \rightarrow^d N(0, V),$$

e seja  $f(\beta)$  uma sua transformação com primeira derivada contínua. Então:

$$\sqrt{T} (f(\hat{\beta}) - f(\beta_0)) \rightarrow^d N(0, \Psi),$$

Todas as correlações são altas, embora significativamente diferentes da unidade, devido aos pequenos erros-padrão computados pelo método Delta.

Tabela 5  
Correlação de  $S_t^{(n,m)}$  e  $S_t^{(n,m)}$

n	m				
	1	21	42	63	126
21	0.944 (0.015)				
42	0.975 (0.005)	0.925 (0.029)			
63	0.98 (0.00)	0.96 (0.02)	0.92 (0.03)		
126	0.987 (0.003)	0.967 (0.012)	0.959 (0.013)	0.947 (0.017)	
252	0.986 (0.003)	0.971 (0.010)	0.965 (0.011)	0.954 (0.016)	0.893 (0.040)

Notas: (i) De cima para baixo, razão dos desvios-padrão e erro-padrão. (ii) Erros-padrão calculados pelo método Delta.

Ainda da equação (15), a HE prevê que a razão dos desvios-padrão de  $S_t^{(n,m)}$  e  $S_t^{(n,m)}$  é igual a unidade. A Tabela 6 abaixo apresenta essas razões e os seus respectivos erros-padrão estimados pelo método Delta.

Tabela 6  
Razão  $\sigma(S_t^{(n,m)})/\sigma(S_t^{(n,m)})$

n	m				
	1	21	42	63	126
21	0.632 (0.029)				
42	0.750 (0.018)	0.993 (0.019)			
63	0.828 (0.016)	0.934 (0.022)	0.732 (0.026)		
126	0.904 (0.019)	0.930 (0.028)	0.854 (0.032)	0.954 (0.042)	
252	0.887 (0.020)	0.876 (0.025)	0.830 (0.024)	0.897 (0.029)	0.813 (0.029)

Notas: (i) De cima para baixo, razão dos desvios-padrão e erro-padrão. (ii) Erros-padrão calculados pelo método Delta.

onde:

$$\Psi = \frac{\partial f(\beta_0)}{\partial \beta} V \frac{\partial f(\beta_0)}{\partial \beta}.$$

Veja Cochrane (2001) para uma exposição detalhada.

Embora positivos, todos os coeficientes são menores que a unidade, indicando que o diferencial observado é mais volátil que o diferencial teórico.

Como as evidências das Tabelas 4, 5 e 6 indicam que o coeficiente da regressão da previsão das variações das taxas curtas no diferencial observado é inferior a 1, somos levados a cogitar a hipótese que há uma reação exagerada (*overreaction*) do diferencial observado em relação à expectativa das variações das taxas curtas. A reação exagerada pode ser incorporada na forma:

$$(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}) = (1 + d) \cdot E_t(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}), \quad (23)$$

onde  $R_t^{(n)} - R_t^{(m)}$  é o diferencial observado,  $R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}$  é o diferencial teórico implicado pela HE e  $d$  representa o grau de reação exagerada.

Além de poder resultar num coeficiente angular negativo para a equação (9), a hipótese (23) implica um coeficiente de  $1/(1 + d)$  para a regressão (13), uma correlação unitária entre  $S_t^{(n,m)}$  e  $S_t^{(n,m)r} = E_t S_t^{(n,m)*}$  e uma razão de desvios-padrão:

$$\frac{\sigma(E_t R_t^{(n)*} - R_t^{(m)})}{\sigma(R_t^{(n)} - R_t^{(m)})} = \frac{1}{1 + d}. \quad (24)$$

De (23), (6) e (9), deriva-se ainda a seguinte relação entre o grau de reação exagerada  $d$  e os estimadores de MQO  $\beta_{mqo}$  e  $\delta_{mqo}$  (derivada no Apêndice B):

$$d = \left[ \frac{1 - \beta_{mqo}}{\delta_{mqo}} \right] \cdot \frac{m}{(n - m)}. \quad (25)$$

Na Tabela 7, apresentamos os valores de  $d$  calculados pela expressão (25) e os respectivos valores da razão de desvios-padrão (24) implicados. Comparando a segunda linha de cada vértice da Tabela 7 com a primeira linha de cada vértice da Tabela 4, observa-se que não são significativamente diferentes e que, portanto, a hipótese de reação exagerada pode fazer sentido.

Tabela 7  
Grau de reação exagerada (d) implicado por  $\beta_{ols}$  e  $\delta_{ols}$ .

n		m				
		1	21	42	63	126
21	d	0.41				
	$\sigma(R^n_r - R^m_r) / \sigma(R^n_r - R^m_r)$	0.71				
42	d	0.27	0.08			
	$\sigma(R^n_r - R^m_r) / \sigma(R^n_r - R^m_r)$	0.79	0.92			
63	d	0.15	0.19	0.23		
	$\sigma(R^n_r - R^m_r) / \sigma(R^n_r - R^m_r)$	0.87	0.84	0.81		
126	d	-0.03	0.07	0.02	0.19	
	$\sigma(R^n_r - R^m_r) / \sigma(R^n_r - R^m_r)$	1.03	0.93	0.98	0.84	
252	d	-0.03	0.16	0.12	0.10	-0.13
	$\sigma(R^n_r - R^m_r) / \sigma(R^n_r - R^m_r)$	1.03	0.86	0.89	0.91	1.14

$d = [(1 - \beta_{ols})\delta_{ols}] / ((n/m) - 1)$  é o grau de *overreaction* necessário para explicar a diferença entre o parâmetro  $\beta$  estimado e a unidade.  $\sigma(R^n_r - R^m_r) / \sigma(R^n_r - R^m_r) = 1 / (1 + d)$  é a razão entre o desvio padrão teórico e realizado implicado por d.

Os conjuntos de razões apresentados nas Tabelas 6 e 7 são qualitativamente parecidos, embora significativamente diferentes. A divergência entre os valores das Tabelas 6 e 7 não é gritante, uma vez que os erros-padrão estimados pelo método delta são pequenos. Em suma, a explicação de reação exagerada parece mais razoável.

## 5 Conclusão

Este artigo constrói a estrutura a termo diária das taxas de juros brasileira para o período compreendido entre julho de 1996 e dezembro de 2002, utilizando a metodologia sugerida na Nota Técnica à Circular 2.972 do Banco Central do Brasil. Estudamos a HE sob expectativas racionais segundo as abordagens de Campbell e Shiller (1991) e Hardouvelis (1994). (i) Os coeficientes estimados do diferencial na equação de mudança de curto prazo da taxa de longo prazo são bastante imprecisos e não permitem conclusão. (ii) A estimação da equação de mudança de curto prazo da taxa de curto prazo por MQO e por VI indica que um ruído branco aditivo só é plausível na taxa observada de curto prazo. (iii) Os coeficientes de MQO do diferencial na equação de mudança de longo prazo da taxa de curto prazo são mais precisamente estimados e não são significativamente diferentes da unidade. (iv) A

previsão de expectativas racionais da mudança de longo prazo da taxa de curto prazo é altamente correlacionada com o diferencial, e (iv) o diferencial observado é mais volátil que o diferencial teórico.

Em suma, os resultados dos testes rejeitam a hipótese particular de coeficiente unitário, porém reconhecem o poder preditivo do diferencial. Preliminarmente, a hipótese de reação exagerada parece ser uma explicação razoável para as divergências em relação à HE.

A validade da HE para o Brasil continua uma questão em aberto, bem como o é para o resto do mundo.

## Referências

- [1] **Anderson, N., Breedon, F., Deacon, M., Derry, A., Murphy, G., 1996**, *Estimating and Interpreting the Yield Curve*, Series in Financial Economics and Quantitative Analysis, John Wiley & Sons.
- [2] **Banco Central do Brasil, 2000**, Nota Técnica sobre a Circular 2.972, de 23 de março de 2000.
- [3] **Bekaert, G., Hodrick, R.J., Marshall, D.A., 1997**, “On biases in test of the expectations hypothesis of the term structure of interest rates.” *Journal of Financial Economics*, 44, 309-348.
- [4] **Campbell, J.Y. e Shiller, R.J., 1991**, “Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird’s Eye View.” *Review of Economics Studies*, 58, 495-514.
- [5] **Campbell, J.Y. e Shiller, R.J., 1987**, “Cointegration and Tests of Present Value Models.” *Journal of Political Economy*, 95, 5, 1062-1088.
- [6] **Cochrane , J., 2000**, *Asset Pricing*, Princeton University Press.
- [7] **Engle, R.F., Lilien, D.M. e Robins, R.P., 1987**, “Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model.” *Econometrica*, 55/2: 391-407.
- [8] **Fama, E.F., 1984**, “The Information in the Term Structure.” *Journal of Financial Economics*, 13, 509-528.
- [9] **Fama, E.F. e Bliss, R.R., 1987**, “The Information in Long-Maturity Forward Rates.” *The American Economic Review*, Vol. 77, No. 4, 680-692.
- [10] **Froot, K., 1989**, “New hope for the expectations hypothesis of the term structure.” *The Journal of Finance*, Vol. XLIV, No. 2, 283-305.
- [11] **Hansen, B.E., 1992**, “Heteroskedastic Cointegration.” *Journal of Econometrics*, 54, 139-158.

- [12] **Hansen, L.P. e Hodrick, R.J., 1980**, “Forward Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates.” *Journal of Political Economy*, 88, 829-853.
- [13] **Hardouvelis, G.A., 1994**, “The term structure spread and futures changes in long and short rates in the G7 countries.” *Journal of Monetary Economics*, 33, 255-283.
- [14] **Johansen, S., 1991**, “Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models.” *Econometrica*, Vol. LIX, No. 6, 1551-1580.
- [15] **Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P. e Shin, Y. 1992**, “Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root.” *Journal of Econometrics*, Vol. 54, 159-178.
- [16] **Lima, A.M. e Issler, J. V., 2002**, “A Hipótese das Expectativas na Estrutura a Termo de Juros no Brasil: uma Aplicação de Modelos de Valor Presente.” Anais II Encontro Brasileiro de Finanças.
- [17] **Longstaff, F.A., 2000**, “The term structure of very short-term rates: New evidence for the expectations hypothesis.” *Journal of Financial Economics*, 58, 397-415.
- [18] **Mankiw, N.G. e Summers, L.H., 1984**, “Do Long-Term Interest Rates Overreact to Short-Term Interest Rates.” *Brooking Papers on Economic Activity*, 1:1984, 223-242.
- [19] **Mankiw, N.G., 1986**, “The Term Structure of Interest Rates Revisited.” *Brooking Papers on Economic Activity*, 1:1986, 61-96.
- [20] **Mankiw, N.G. e Miron, J., 1986**, “The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates.” *Quarterly Journal of Economics*, 2:1986, 211-228.
- [21] **Modigliani F. e Sutch, R., 1969** “The Term Structure of Interest Rates: a re-examination of evidence.” *Journal of Money Credit and Banking*, , 112-20.

- [22] **Richardson, M. e Stock, J.**, 1989 “Drawing Inferences from Statistics Based on Multi-Year Asset Returns.” *Journal of Financial Economics*, 25, 323-348.
- [23] **Shiller, R.J., Campbell, J.Y. e Schoenholtz, K.L.**, 1983, “Foward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates.” *Brokings Papers on Economic Activity*, 1:1983, 173-217.
- [24] **Tabak, B.M., and Andrade, S.C.**, 2001, “Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates.” *Working Paper Series*, n. 30, Banco Central do Brasil.
- [25] **White, H.**, 1980, “A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix and a Direct Test for Heteroskedasticity.” *Econometrica*, Vol. XLVIII, No. 4, 817-838.

## A Construção da Estrutura a Termo

A construção da estrutura a termo seguiu a metodologia sugerida na Nota Técnica à Circular 2972 do Banco Central do Brasil, na qual são adotados os prazos (eixo temporal da estrutura a termo) de 21, 42, 63, 126 e 252 dias úteis. Os dados brutos são compostos por dados diários, a partir de 4/7/1994, da taxa DI (*over*), das cotações de ajuste dos PUs dos primeiro, segundo e terceiro vencimentos de contratos futuros de DI de um dia da BM&F, e das taxas médias de *swap* pré x DI de 6, 12, 24 e 36 meses apuradas pela BM&F.

Após a correção e atualização da base de dados das cotações dos diferentes instrumentos financeiros mencionados na seção 2, calcula-se a taxa a termo implícita anual entre diferentes instrumentos financeiros. Esse procedimento tem o objetivo de uniformizar prazos e cotações dos diferentes instrumentos. Inicialmente calcula-se a taxa a termo implícita entre o CDI e o primeiro vencimento do futuro de DI de um dia mediante a fórmula,

$$Termo_{CDI,DI_1} = \left[ \left( \frac{100.000}{PU_{DI_1} \cdot \left\{ 1 + \frac{CDI}{100} \right\}^{\frac{1}{252}}} \right)^{\frac{252}{TDU_{DI_1} - 1}} - 1 \right] \cdot 100 \quad (26)$$

onde  $PU_{DI_1}$  é a cotação de ajuste do primeiro vencimento de futuros de DI e  $TDU_{DI_1}$  é o total de dias úteis até o vencimento do contrato futuro. O segundo passo é calcular a taxa a termo implícita entre dois vencimentos de futuros de DI de um dia, este cálculo é efetuado mediante a fórmula,

$$Termo_{DI_i,DI_j} = \left[ \left( \frac{PU_{DI_i}}{PU_{DI_j}} \right)^{\frac{252}{TDU_{DI_j} - TDU_{DI_i}}} - 1 \right] \cdot 100 \quad (27)$$

onde  $i$  é menor que  $j$ ,  $PU_{DI_k}$  ( $k = i, j$ ) são as cotações de ajuste dos vencimentos de futuros de DI  $i$  e  $j$  respectivamente, e  $TDU_{DI_k}$  ( $k = i, j$ ) são os totais de dias úteis até o vencimento de cada contrato. Em seguida, calculamos a taxa a termo implícita entre um contrato futuro de DI de um dia e um *swap* de  $j$  dias utilizando

a fórmula,

$$Termo_{DI_i, Swap_j} = \left[ \left( \frac{\left\{ 1 + \frac{TxSwap_j}{100} \right\}^{\frac{TDC_{swap_j}}{360}}}{\frac{100.000}{PU_{DI_i}}} \right)^{\frac{252}{TDC_{swap_j} - TDU_{DI_i}}} - 1 \right] \cdot 100 \quad (28)$$

onde,  $TxSwap_j$  é a cotação média do *swap* de  $j$  dias,  $TDC_{swap_j}$  é o total de dias corridos deste *swap*,  $PU_{DI_i}$  é o preço de ajuste do  $i$ -ésimo vencimento de futuro de DI de um dia e  $TDU_{DI_i}$  é o total de dias úteis deste futuro. Por último, para finalizar o cálculo das taxas a termo implícitas entre instrumentos financeiros, devemos calcular a taxa implícita entre dois *swap*,

$$Termo_{Swap_i, Swap_j} = \left[ \left( \frac{\left\{ 1 + \frac{TxSwap_j}{100} \right\}^{\frac{TDC_{swap_j}}{360}}}{\left\{ 1 + \frac{TxSwap_i}{100} \right\}^{\frac{TDC_{swap_i}}{360}}} \right)^{\frac{252}{TDC_{swap_j} - TDC_{swap_i}}} - 1 \right] \cdot 100 \quad (29)$$

onde onde,  $TxSwap_k$  ( $k = i, j$ ) é a cotação média do *swap* de  $i$  e  $j$  dias,  $TDC_{swap_k}$  ( $k = i, j$ ) é o total de dias corridos destes *swaps*.

De posse das taxas a termo implícitas entre os vários instrumentos utilizados, construímos as taxas *spot* mediante a composição das taxas a termo para cada prazo escolhido. A taxa *spot* de  $T$  dias úteis será construída pela fórmula:

$$S_T = \left\{ \left[ VCDI \cdot \left[ \prod_{j=1}^{T-1} \left( 1 + \frac{T_{j,j+1}}{100} \right)^{g(i,j)} \right] \cdot \left( 1 + \frac{T_{N-1,N}}{100} \right)^{g(T_N)} \right]^{\frac{1}{T}} - 1 \right\} \cdot 100 \quad (30)$$

onde:  $VCDI = (1 + CDI/100)$ ,  $g(i, j) = \max[0, \min[T - T_j, T_{j+1} - T_j]]$ ,  $g(T_N) = \max[0, T - T_N]$  e  $T_{i,j}$  é a taxa a termo entre os instrumentos financeiros  $i$  e  $j$ .

## B Derivação da Equação (25)

Adiantando a equação (23) em  $m$  períodos e subtraindo dela mesmo, obtemos:

$$(1 + d) \cdot (R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*}) = (R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}) + d \cdot (R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)}), \quad (31)$$

aplicando a equação (6) para as taxas teóricas e fazendo  $E_t \varphi_{k,t} = 0$ , obtemos:

$$R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*} = \frac{m}{n-m} \left( R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} + \xi_{t+m} \right), \quad (32)$$

substituindo a equação (32) na equação (31), temos:

$$\frac{(1+d) \cdot m}{n-m} \left( R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} + \xi_{t+m} \right) = (R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}) + d \cdot (R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)}), \quad (33)$$

substituindo a equação (23) no lado esquerdo da equação (33), e reescrevendo-a, chegamos a:

$$(R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}) = \frac{m}{n-m} \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} + (1+d) \cdot \xi_{t+m} \right) - d \cdot (R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)}). \quad (34)$$

Da equação (9) temos:

$$\beta_{mqo} = \frac{n-m}{m} \cdot \frac{\text{cov} \left( R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}, R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}{\text{var} \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}, \quad (35)$$

substituindo (34) em (35),

$$\beta_{mqo} = 1 + \frac{(1+d) \cdot \text{cov} \left( \xi_{t+m}, R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}{\text{var} \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} - \frac{n-m}{m} \cdot \frac{d \cdot \text{cov} \left( R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)}, R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}{\text{var} \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}, \quad (36)$$

supondo  $\text{cov} \left( \xi_{t+m}, R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right) = 0$  e utilizando o estimador de MQO  $\delta$  da equação (18),

$$\beta_{mqo} = 1 - \frac{n-m}{m} \cdot d \cdot \delta_{mqo} \text{ ou } d = \left[ \frac{1 - \beta_{mqo}}{\delta_{mqo}} \right] \cdot \frac{m}{(n-m)} \quad (37)$$

## C Viés dos estimadores de MQO devido ao ruído aditivo ( $\varepsilon_t$ )

O  $\beta$  estimado por MQO da equação (9) tem a forma:

$$\beta_{mqo} = \frac{n-m}{m} \cdot \frac{cov\left(R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)}, R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}, \quad (38)$$

que, dado o ruído branco na taxa longa (equação (19)):

$$R_{t+m}^{(n-m)} - R_t^{(n)} = R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*} + (\varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t), \quad (39)$$

e

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} + \varepsilon_t, \quad (40)$$

implica:

$$\begin{aligned} \beta_{mqo} &= \frac{n-m}{m} \cdot \frac{cov\left(R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*} + (\varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t), R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} + \varepsilon_t\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} \\ &= \frac{n-m}{m} \cdot \left[ \frac{cov\left(R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*}, R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} + \frac{cov\left((\varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t), \varepsilon_t\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} \right], \end{aligned} \quad (41)$$

ou,

$$\beta_{mqo} = \frac{n-m}{m} \cdot \left\{ \frac{\frac{cov\left(R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*}, R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{var\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}}{\frac{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}{var\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}} - \frac{var\left(\varepsilon_t\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} \right\}.$$

Como o coeficiente angular da regressão (9) para taxas sem ruído é dada por:

$$\beta^* = \frac{n-m}{m} \cdot \frac{cov\left(R_{t+m}^{(n-m)*} - R_t^{(n)*}, R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{var\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}, \quad (42)$$

tem-se que:

$$\beta_{mqo} = \beta^* \frac{var\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} - \frac{n-m}{m} \cdot \frac{var\left(\varepsilon_t\right)}{var\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}.$$

Lembrando que:

$$Var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right) = Var \left( R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} \right) + Var \left( \varepsilon_t \right), \quad (43)$$

então:

$$\begin{aligned} \beta_{mqo} &= \beta^* \left[ \frac{Var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right) - Var \left( \varepsilon_t \right)}{Var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} \right] - \frac{n-m}{m} \cdot \frac{var \left( \varepsilon_t \right)}{var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} \\ &= \beta^* - \left( \beta^* + \frac{n-m}{m} \right) \cdot \frac{var \left( \varepsilon_t \right)}{var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}. \end{aligned} \quad (44)$$

Se de HE espera-se  $\beta^* = 1$ , resulta que:

$$\beta_{mqo} = 1 - \frac{n}{m} \cdot \frac{\sigma^2 \left( \varepsilon_t \right)}{\sigma^2 \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} \quad (45)$$

e:

$$\sigma \left( \varepsilon_t \right) = \left[ \frac{\left( 1 - \beta_{mqo} \right)}{\left( n/m \right)} \right]^{0.5} \cdot \sigma \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right), \quad (46)$$

diferente do apresentado em Hardouvelis (1994).

O  $\delta$  estimado por MQO da equação (18) tem a forma:

$$\delta_{mqo} = \frac{cov \left( R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)}, R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}{var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)}, \quad (47)$$

que, dado o ruído branco na taxa curta (equação (21)):

$$R_{t+m}^{(m)} - R_t^{(m)} = R_{t+m}^{(m)*} - R_t^{(m)*} + \left( \varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t \right), \quad (48)$$

e

$$R_t^{(n)} - R_t^{(m)} = R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} - \varepsilon_t, \quad (49)$$

implica:

$$\begin{aligned} \delta_{mqo} &= \frac{cov \left( R_{t+m}^{(m)*} - R_t^{(m)*} + \left( \varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t \right), R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} - \varepsilon_t \right)}{var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} \\ &= \left[ \frac{cov \left( R_{t+m}^{(m)*} - R_t^{(m)*}, R_t^{(n)*} - R_t^{(m)} \right)}{var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} + \frac{cov \left( \left( \varepsilon_{t+m} - \varepsilon_t \right), -\varepsilon_t \right)}{var \left( R_t^{(n)} - R_t^{(m)} \right)} \right], \end{aligned} \quad (50)$$

ou,

$$\delta_{mqo} = \left\{ \frac{\frac{\text{cov}\left(R_{t+m}^{(m)*} - R_t^{(m)*}, R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}}{\frac{\text{var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}} + \frac{\text{var}\left(\varepsilon_t\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} \right\}.$$

Como o coeficiente angular da regressão (9) para taxas sem ruído é dada por:

$$\delta^* = \frac{\text{cov}\left(R_{t+m}^{(m)*} - R_t^{(m)*}, R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}, \quad (51)$$

tem-se que:

$$\delta_{mqo} = \delta^* \frac{\text{var}\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} + \frac{\text{var}\left(\varepsilon_t\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}.$$

Lembrando que:

$$\text{Var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right) = \text{Var}\left(R_t^{(n)*} - R_t^{(m)}\right) + \text{Var}\left(\varepsilon_t\right), \quad (52)$$

então:

$$\begin{aligned} \delta_{mqo} &= \delta^* \left[ \frac{\text{Var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right) - \text{Var}\left(\varepsilon_t\right)}{\text{Var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} \right] + \frac{\text{var}\left(\varepsilon_t\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)} \\ &= \delta^* + (-\delta^* + 1) \cdot \frac{\text{var}\left(\varepsilon_t\right)}{\text{var}\left(R_t^{(n)} - R_t^{(m)}\right)}. \end{aligned} \quad (53)$$

# Banco Central do Brasil

## Trabalhos para Discussão

*Os Trabalhos para Discussão podem ser acessados na internet, no formato PDF, no endereço: <http://www.bc.gov.br>*

## Working Paper Series

*Working Papers in PDF format can be downloaded from: <http://www.bc.gov.br>*

- |           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| <b>1</b>  | <b>Implementing Inflation Targeting in Brazil</b><br><i>Joel Bogdanski, Alexandre Antonio Tombini and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i>   | July/2000 |
| <b>2</b>  | <b>Política Monetária e Supervisão do Sistema Financeiro Nacional no Banco Central do Brasil</b><br><i>Eduardo Lundberg</i>   | Jul/2000  |
|           | <b>Monetary Policy and Banking Supervision Functions on the Central Bank</b><br><i>Eduardo Lundberg</i>   | July/2000 |
| <b>3</b>  | <b>Private Sector Participation: a Theoretical Justification of the Brazilian Position</b><br><i>Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i>  | July/2000 |
| <b>4</b>  | <b>An Information Theory Approach to the Aggregation of Log-Linear Models</b><br><i>Pedro H. Albuquerque</i>  | July/2000 |
| <b>5</b>  | <b>The Pass-Through from Depreciation to Inflation: a Panel Study</b><br><i>Ilan Goldfajn and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang</i>   | July/2000 |
| <b>6</b>  | <b>Optimal Interest Rate Rules in Inflation Targeting Frameworks</b><br><i>José Alvaro Rodrigues Neto, Fabio Araújo and Marta Baltar J. Moreira</i>   | July/2000 |
| <b>7</b>  | <b>Leading Indicators of Inflation for Brazil</b><br><i>Marcelle Chauvet</i>  | Set/2000  |
| <b>8</b>  | <b>The Correlation Matrix of the Brazilian Central Bank's Standard Model for Interest Rate Market Risk</b><br><i>José Alvaro Rodrigues Neto</i>   | Set/2000  |
| <b>9</b>  | <b>Estimating Exchange Market Pressure and Intervention Activity</b><br><i>Emanuel-Werner Kohlscheen</i>  | Nov/2000  |
| <b>10</b> | <b>Análise do Financiamento Externo a uma Pequena Economia<br/>Aplicação da Teoria do Prêmio Monetário ao Caso Brasileiro: 1991–1998</b><br><i>Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior</i> | Mar/2001  |
| <b>11</b> | <b>A Note on the Efficient Estimation of Inflation in Brazil</b><br><i>Michael F. Bryan and Stephen G. Cecchetti</i>  | Mar/2001  |
| <b>12</b> | <b>A Test of Competition in Brazilian Banking</b><br><i>Márcio I. Nakane</i>  | Mar/2001  |

- 13 **Modelos de Previsão de Insolvência Bancária no Brasil** Mar/2001  
*Marcio Magalhães Janot*
- 14 **Evaluating Core Inflation Measures for Brazil** Mar/2001  
*Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo*
- 15 **Is It Worth Tracking Dollar/Real Implied Volatility?** Mar/2001  
*Sandro Canesso de Andrade and Benjamin Miranda Tabak*
- 16 **Avaliação das Projeções do Modelo Estrutural do Banco Central do Brasil Para a Taxa de Variação do IPCA** Mar/2001  
*Sergio Afonso Lago Alves*
- Evaluation of the Central Bank of Brazil Structural Model's Inflation Forecasts in an Inflation Targeting Framework** July/2001  
*Sergio Afonso Lago Alves*
- 17 **Estimando o Produto Potencial Brasileiro: uma Abordagem de Função de Produção** Abr/2001  
*Tito Nícias Teixeira da Silva Filho*
- Estimating Brazilian Potential Output: A Production Function Approach** Aug/2002  
*Tito Nícias Teixeira da Silva Filho*
- 18 **A Simple Model for Inflation Targeting in Brazil** Apr/2001  
*Paulo Springer de Freitas and Marcelo Kfoury Muinhos*
- 19 **Uncovered Interest Parity with Fundamentals: a Brazilian Exchange Rate Forecast Model** May/2001  
*Marcelo Kfoury Muinhos, Paulo Springer de Freitas and Fabio Araújo*
- 20 **Credit Channel without the LM Curve** May/2001  
*Victorio Y. T. Chu and Márcio I. Nakane*
- 21 **Os Impactos Econômicos da CPMF: Teoria e Evidência** Jun/2001  
*Pedro H. Albuquerque*
- 22 **Decentralized Portfolio Management** June/2001  
*Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak*
- 23 **Os Efeitos da CPMF sobre a Intermediação Financeira** Jul/2001  
*Sérgio Mikio Koyama e Márcio I. Nakane*
- 24 **Inflation Targeting in Brazil: Shocks, Backward-Looking Prices, and IMF Conditionality** Aug/2001  
*Joel Bogdanski, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Alexandre Antonio Tombini*
- 25 **Inflation Targeting in Brazil: Reviewing Two Years of Monetary Policy 1999/00** Aug/2001  
*Pedro Fachada*
- 26 **Inflation Targeting in an Open Financially Integrated Emerging Economy: the Case of Brazil** Aug/2001  
*Marcelo Kfoury Muinhos*

- 27 **Complementaridade e Fungibilidade dos Fluxos de Capitais Internacionais** Set/2001  
*Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior*
- 28 **Regras Monetárias e Dinâmica Macroeconômica no Brasil: uma Abordagem de Expectativas Racionais** Nov/2001  
*Marco Antonio Bonomo e Ricardo D. Brito*
- 29 **Using a Money Demand Model to Evaluate Monetary Policies in Brazil** Nov/2001  
*Pedro H. Albuquerque and Solange Gouvêa*
- 30 **Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates** Nov/2001  
*Benjamin Miranda Tabak and Sandro Canesso de Andrade*
- 31 **Algumas Considerações sobre a Sazonalidade no IPCA** Nov/2001  
*Francisco Marcos R. Figueiredo e Roberta Blass Staub*
- 32 **Crises Cambiais e Ataques Especulativos no Brasil** Nov/2001  
*Mauro Costa Miranda*
- 33 **Monetary Policy and Inflation in Brazil (1975-2000): a VAR Estimation** Nov/2001  
*André Minella*
- 34 **Constrained Discretion and Collective Action Problems: Reflections on the Resolution of International Financial Crises** Nov/2001  
*Arminio Fraga and Daniel Luiz Gleizer*
- 35 **Uma Definição Operacional de Estabilidade de Preços** Dez/2001  
*Tito Nícias Teixeira da Silva Filho*
- 36 **Can Emerging Markets Float? Should They Inflation Target?** Feb/2002  
*Barry Eichengreen*
- 37 **Monetary Policy in Brazil: Remarks on the Inflation Targeting Regime, Public Debt Management and Open Market Operations** Mar/2002  
*Luiz Fernando Figueiredo, Pedro Fachada and Sérgio Goldenstein*
- 38 **Volatilidade Implícita e Antecipação de Eventos de Stress: um Teste para o Mercado Brasileiro** Mar/2002  
*Frederico Pechir Gomes*
- 39 **Opções sobre Dólar Comercial e Expectativas a Respeito do Comportamento da Taxa de Câmbio** Mar/2002  
*Paulo Castor de Castro*
- 40 **Speculative Attacks on Debts, Dollarization and Optimum Currency Areas** Abr/2002  
*Aloisio Araujo and Márcia Leon*
- 41 **Mudanças de Regime no Câmbio Brasileiro** Jun/2002  
*Carlos Hamilton V. Araújo e Getúlio B. da Silveira Filho*
- 42 **Modelo Estrutural com Setor Externo: Endogenização do Prêmio de Risco e do Câmbio** Jun/2002  
*Marcelo Kfoury Muinhos, Sérgio Afonso Lago Alves e Gil Riella*

- 43 **The Effects of the Brazilian ADRs Program on Domestic Market Efficiency** June/2002  
*Benjamin Miranda Tabak and Eduardo José Araújo Lima*
- 44 **Estrutura Competitiva, Produtividade Industrial e Liberação Comercial no Brasil** Jun/2002  
*Pedro Cavalcanti Ferreira e Osmani Teixeira de Carvalho Guillén*
- 45 **Optimal Monetary Policy, Gains from Commitment, and Inflation Persistence** Aug/2002  
*André Minella*
- 46 **The Determinants of Bank Interest Spread in Brazil** Aug/2002  
*Tarsila Segalla Afanasieff, Priscilla Maria Villa Lhacer and Márcio I. Nakane*
- 47 **Indicadores Derivados de Agregados Monetários** Sep/2002  
*Fernando de Aquino Fonseca Neto e José Albuquerque Júnior*
- 48 **Should Government Smooth Exchange Rate Risk?** Sep/2002  
*Ilan Goldfajn and Marcos Antonio Silveira*
- 49 **Desenvolvimento do Sistema Financeiro e Crescimento Econômico no Brasil: Evidências de Causalidade** Set/2002  
*Orlando Carneiro de Matos*
- 50 **Macroeconomic Coordination and Inflation Targeting in a Two-Country Model** Sep/2002  
*Eui Jung Chang, Marcelo Kfoury Muinhos and Joaílino Rodolpho Teixeira*
- 51 **Credit Channel with Sovereign Credit Risk: an Empirical Test** Sep/2002  
*Victorio Yi Tson Chu*
- 52 **Generalized Hyperbolic Distributions and Brazilian Data** Sep/2002  
*José Fajardo and Aquiles Farias*
- 53 **Inflation Targeting in Brazil: Lessons and Challenges** Nov/2002  
*André Minella, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Marcelo Kfoury Muinhos*
- 54 **Stock Returns and Volatility** Nov/2002  
*Benjamin Miranda Tabak and Solange Maria Guerra*
- 55 **Componentes de Curto e Longo Prazo das Taxas de Juros no Brasil** Nov/2002  
*Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Osmani Teixeira de Carvalho de Guillén*
- 56 **Causality and Cointegration in Stock Markets: the Case of Latin America** Dec/2002  
*Benjamin Miranda Tabak and Eduardo José Araújo Lima*
- 57 **As Leis de Falência: uma Abordagem Econômica** Dez/2002  
*Aloisio Araujo*
- 58 **The Random Walk Hypothesis and the Behavior of Foreign Capital Portfolio Flows: the Brazilian Stock Market Case** Dec/2002  
*Benjamin Miranda Tabak*
- 59 **Os Preços Administrados e a Inflação no Brasil** Dez/2002  
*Francisco Marcos R. Figueiredo e Thaís Porto Ferreira*

<b>60</b>	<b>Delegated Portfolio Management</b> <i>Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak</i>	Dec/2002
<b>61</b>	<b>O Uso de Dados de Alta Frequência na Estimação da Volatilidade e do Valor em Risco para o Ibovespa</b> <i>João Maurício de Souza Moreira e Eduardo Facó Lemgruber</i>	Dez/2002
<b>62</b>	<b>Taxa de Juros e Concentração Bancária no Brasil</b> <i>Eduardo Kiyoshi Tonooka e Sérgio Mikio Koyama</i>	Fev/2003
<b>63</b>	<b>Optimal Monetary Rules: the Case of Brazil</b> <i>Charles Lima de Almeida, Marco Aurélio Peres, Geraldo da Silva e Souza and Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
<b>64</b>	<b>Medium-Size Macroeconomic Model for the Brazilian Economy</b> <i>Marcelo Kfoury Muinhos and Sergio Afonso Lago Alves</i>	Feb/2003
<b>65</b>	<b>On the Information Content of Oil Future Prices</b> <i>Benjamin Miranda Tabak</i>	Feb/2003
<b>66</b>	<b>A Taxa de Juros de Equilíbrio: uma Abordagem Múltipla</b> <i>Pedro Calhman de Miranda e Marcelo Kfoury Muinhos</i>	Fev/2003
<b>67</b>	<b>Avaliação de Métodos de Cálculo de Exigência de Capital para Risco de Mercado de Carteiras de Ações no Brasil</b> <i>Gustavo S. Araújo, João Maurício S. Moreira e Ricardo S. Maia Clemente</i>	Fev/2003
<b>68</b>	<b>Real Balances in the Utility Function: Evidence for Brazil</b> <i>Leonardo Soriano de Alencar and Márcio I. Nakane</i>	Feb/2003
<b>69</b>	<b>r-filters: a Hodrick-Prescott Filter Generalization</b> <i>Fabio Araújo, Marta Baltar Moreira Areosa and José Alvaro Rodrigues Neto</i>	Feb/2003
<b>70</b>	<b>Monetary Policy Surprises and the Brazilian Term Structure of Interest Rates</b> <i>Benjamin Miranda Tabak</i>	April/2003
<b>71</b>	<b>On Shadow-Prices of Banks in Real-Time Gross Settlement Systems</b> <i>Rodrigo Penaloza</i>	April/2003