



**BANCO CENTRAL DO BRASIL**

Trabalhos para Discussão

39

**Opções sobre Dólar Comercial e Expectativas  
a Respeito do Comportamento da Taxa de Câmbio**

*Paulo Castor de Castro*

Março, 2002

ISSN 1519-1028  
CGC 00.038.166/0001-05

Trabalhos para Discussão	Brasília	nº 39	Mar	2002	P. 1-51
--------------------------	----------	-------	-----	------	---------

# **Trabalhos para Discussão**

Editado por:

**Departamento de Estudos e Pesquisas (Depep)**

(e-mail: conep.depep@bcb.gov.br , workingpaper@bcb.gov.br)

Reprodução permitida somente se a fonte for citada como: Trabalhos para Discussão nº 38.

Autorizado por Ilan Goldfajn (Diretor de Política Econômica).

**Controle Geral de Assinaturas:**

Banco Central do Brasil  
Demap/Disud/Subip  
SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 2º subsolo  
70074-900 - Brasília (DF)  
Telefone (61) 414-1392  
Fax (61) 414-3165

Tiragem: 450 exemplares

*The views expressed in this work are those of the authors and do not reflect those of the Banco Central or its members.*

*Although these Working Papers often represent preliminary work, citation of source is required when used or reproduced.*

As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem a visão do Banco Central do Brasil.

Ainda que este artigo represente trabalho preliminar, citação da fonte é requerida mesmo quando reproduzido parcialmente.

**Central de Informações do Banco Central do Brasil**

Endereço: Secre/Surel/Dinfo  
Edifício-Sede, 2º subsolo  
SBS - Quadra 3, Zona Central  
70074-900 - Brasília (DF)  
Telefones: (61) 414 (...) 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406  
DDG: 0800 992345  
Fax: (61) 321 9453  
Internet: <http://www.bcb.gov.br>  
E-mail: [cap.secre@bcb.gov.br](mailto:cap.secre@bcb.gov.br)  
[dinfo.secre@bcb.gov.br](mailto:dinfo.secre@bcb.gov.br)

# Opções Sobre Dólar Comercial e Expectativas a Respeito do Comportamento da Taxa de Câmbio\*

Paulo Castor de Castro\*\*

## Abstract

This paper presents the derivation of risk neutral probability distributions implied in the prices of call options on the "commercial dollar" (in Reals, the Brazilian currency), negotiated in the Mercantile and Futures Exchange of São Paulo, Brazil. These distributions were used to analyze the expectations of the market agents about the behavior of the "commercial dollar" exchange rate.

The skewnesses of the distributions were compared with the spot exchange rates, by calculating the correlation between the series of observed values. The correlations between the same skewnesses and the absolute and relative changes in the spot rates (during periods of one, five and fifteen trading days) were also calculated. If the correlations obtained were negative, it could be inferred that the agents in the Brazilian market believe in the existence of an implicit target zone for the dollar exchange rate. This hypothesis can be rejected, because the correlations found were mostly positive, though they were non significant. As the skewnesses found were systematically positive, the hypothesis that the exchange rate follows a random walk can also be rejected (this kind of trajectory would imply null skewnesses).

---

\* O autor agradece os valiosos comentários e sugestões apresentados por Eduardo Facó Lemgruber, Eduardo Saliby e Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo. Os erros e omissões remanescentes são de inteira responsabilidade do autor.

\*\* Departamento de Estudos e Pesquisas, Banco Central do Brasil.

## 1. Introdução

A análise das informações contidas nos preços de ativos financeiros - sejam eles negociados em mercados organizados ou nos chamados "mercados de balcão" - tornou-se uma importante área de pesquisa em finanças. Investidores procuram estimar as distribuições de probabilidade dos possíveis valores dos diversos ativos, antes de elaborar suas estratégias de negociação. Gestores de política econômica, especialmente bancos centrais, podem obter informações importantes a partir da observação dos preços de mercado de ativos financeiros, pois eles refletem, além de flutuações de oferta e demanda, as expectativas dos agentes a respeito dos retornos futuros. Distorções observadas em determinados preços podem indicar imperfeições e manipulações de mercado que sejam relevantes, sob a ótica da supervisão do sistema financeiro. Dado que os preços de mercado refletem as expectativas de seus participantes a respeito do futuro, estas informações são extremamente úteis para as tarefas de formulação e condução da política monetária.

SÖDERLIND e SVENSSON (1997) enfatizam que bancos centrais, quando administram regimes de câmbio fixo ou de bandas cambiais, se interessam em verificar a credibilidade do regime, bem como as expectativas dos agentes a respeito da possibilidade da ocorrência de ataques especulativos. Diferenças entre taxas de juros domésticas e estrangeiras, taxas de câmbio futuras e preços de opções são alguns dos parâmetros utilizados para estimar as expectativas quanto à probabilidade de que ocorram mudanças de regime. Na condução de regimes de metas para a inflação, os bancos centrais procuram avaliar a credibilidade do regime e as expectativas dos agentes a respeito da condução da política monetária.

As recentes pesquisas em finanças têm aumentado o grau de sofisticação com que as expectativas são avaliadas a partir dos preços de ativos. O modelo de avaliação do preço de opções<sup>1</sup>, desenvolvido por BLACK e SCHOLES (1973) e MERTON (1973), tem sido largamente utilizado para inferir a volatilidade dos preços dos seus ativos subjacentes, tais como ações, índices, moedas, mercadorias e taxas de juros. Um dos mais bem sucedidos modelos teóricos das ciências sociais, o trabalho de Black, Scholes e Merton apresenta como resultado final uma fórmula fechada (a *fórmula Black-Scholes*) que, nas palavras de RUBINSTEIN (1994): "...é provavelmente, incluindo sua extensão binomial, a fórmula

---

<sup>1</sup> Uma *opção européia* de compra (venda) sobre um determinado ativo objeto, ou subjacente, é um contrato que dá ao seu possuidor o direito, mas não a obrigação, de comprar (vender) o ativo numa data futura predeterminada (*data de exercício*), a um preço predeterminado (*preço de exercício*). Opções que podem ser

*com probabilidades mais largamente utilizada na história da humanidade".*

Dados o preço do ativo subjacente à opção (e a taxa à qual ele eventualmente pague algum rendimento, como juros ou dividendos); a taxa livre de risco acessível aos investidores; o preço de exercício e o prazo até o vencimento, é possível utilizar os preços de mercado das opções para estimar o único parâmetro da fórmula Black-Scholes não observável diretamente: a volatilidade do preço do ativo subjacente. Em muitas situações práticas relevantes, os ativos relacionados são negociados em mercados razoavelmente eficientes, e esses parâmetros podem ser facilmente mensurados.

Apesar do seu imediato e estrondoso sucesso, a fórmula Black-Scholes vem perdendo credibilidade ao longo do tempo. Os primeiros testes empíricos referendaram, com maior ou menor ênfase, o uso da fórmula, mas, a partir do final da década de 80, uma anomalia passou a ser verificada com frequência nos diversos mercados derivativos que haviam surgido e se desenvolvido ao longo dos anos anteriores: a existência do chamado "*smile*" da volatilidade.

A volatilidade implícita nos preços das opções, encontrada a partir da fórmula Black-Scholes, é um parâmetro único, que se refere à trajetória do preço do ativo subjacente<sup>2</sup>. No entanto, os valores obtidos empiricamente costumam variar de acordo com o preço de exercício, e também com o prazo de vencimento das opções.

Nos mercados de opções sobre moedas, é comum encontrar volatilidades implícitas como "funções" convexas do preço de exercício. Opções *in-the-money* e *out-of-the-money* tendem a ter volatilidades implícitas maiores que as *at-the-money*<sup>3</sup>. Nesses mercados, gráficos de volatilidade implícita em função do preço de exercício costumam formar figuras que lembram um sorriso - o "*smile*". Já nos mercados de opções sobre índices de mercados de ações, como os americanos S&P 100 e S&P 500, costumam-se observar volatilidades decrescentes em relação ao preço de exercício, fenômeno denominado "*skew*"<sup>4</sup>.

---

exercidas a qualquer tempo até o vencimento (inclusive) são chamadas *opções americanas*.

<sup>2</sup> No caso do modelo de Black-Scholes-Merton, um movimento *browniano* geométrico.

<sup>3</sup> Opções *in-the-money* são as que proporcionariam um fluxo de caixa positivo para o seu detentor, caso exercidas imediatamente; opções *at-the-money* são as que, caso exercidas, proporcionariam ao detentor um fluxo de caixa nulo, e as *out-of-the-money* são aquelas cujo exercício imediato implicaria num fluxo de caixa negativo.

<sup>4</sup> O *crash* das bolsas norte-americanas de 1987 é o momento a partir do qual, segundo RUBINSTEIN (1994), JACKWERTH e RUBINSTEIN (1996) e JACKWERTH (1999), o *skew* da volatilidade implícita passou a

Ao analisar anomalias como os *smiles* e *skews*, os estudos sobre volatilidade implícita de opções foram deixando de ser apenas testes de eficiência do modelo Black-Scholes-Merton, e acabaram se transformando em sofisticados instrumentos de análise do comportamento futuro dos preços dos ativos subjacentes. Diferentes técnicas vêm sendo desenvolvidas para, com base nos preços de opções negociadas em mercados de bolsa ou de balcão, tentar descrever tanto a trajetória dos preços dos ativos subjacentes quanto as possíveis distribuições de probabilidade dos seus valores, na data de vencimento.

Tais análises têm se tornado, ao longo dos anos 90, ferramentas úteis para a avaliação de derivativos complexos, para o gerenciamento de risco e para análises de expectativas (coloquialmente, análises de "sentimento do mercado"), particularmente em períodos como os de crises cambiais, crises políticas ou de efetivas mudanças de ordem político-institucional.

Este trabalho apresenta um estudo de "sentimento de mercado" aplicado ao caso brasileiro, utilizando preços de opções de compra de dólar comercial, negociadas na Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F). Derivam-se as distribuições de probabilidade, neutras a risco, dos possíveis valores em reais do dólar comercial, que estão implícitas nos preços daquelas opções. As distribuições foram estimadas ao longo de um período de dezoito meses, entre abril de 1999 e setembro de 2000. Foram calculadas duas distribuições implícitas para cada vencimento, com prazos até o vencimento de dez e vinte dias úteis. O método utilizado foi desenvolvido por SHIMKO (1993).

Em seguida, calcularam-se as correlações entre as assimetrias dessas distribuições e os valores do dólar observados no mercado à vista (cotações de compra informadas pelo Banco Central do Brasil), como em CAMPA, CHANG E REIDER (1997). Foram calculadas também as correlações entre as mesmas assimetrias e as *variações* registradas nas cotações do mercado à vista, tanto em termos absolutos quanto percentuais, considerando-se períodos de tempo de um, cinco e quinze dias úteis.

Assim como CAMPA, CHANG e REIDER (1997) verificaram para o caso do mercado de

---

ser observado de maneira sistemática no mercado norte-americano de opções de índices de ações (refletindo uma possível mudança de percepção de risco e de comportamento por parte dos investidores após o *crash*).

balcão, envolvendo diferentes pares de moedas, este trabalho refuta a hipótese de que os preços das opções de compra de dólar, no mercado brasileiro, reflitam expectativas de que a taxa de câmbio dólar/real obedeça a uma "banda cambial implícita". Esse tipo de comportamento tenderia a gerar correlações *negativas* entre as cotações do dólar no mercado à vista e a assimetria das distribuições implícitas: quanto maior a cotação do dólar, mais assimétricas para a esquerda tenderiam a ser as distribuições implícitas (mais peso teriam as chances de queda das cotações); quanto menor a cotação do dólar, mais assimétricas para a direita tenderiam ser as distribuições (mais peso teriam as chances de alta da cotação). No entanto, os valores encontrados foram todos *positivos*, apesar de não significativos (na maioria dos casos, inferiores a 0,5).

O próximo capítulo enfatiza as bases conceituais e os resultados fundamentais dos quais deriva a metodologia empregada. O terceiro capítulo descreve a metodologia adotada na derivação e construção das distribuições neutras a risco, as suas limitações e a forma como foram obtidos dados utilizados. O quarto capítulo apresenta os resultados encontrados, e o quinto traz as conclusões.

## **2. Referencial Teórico**

### **2.1 - A Avaliação Neutra a Risco**

COX e ROSS (1976) observaram que a única hipótese a respeito da estrutura de preferências dos indivíduos no mercado, utilizada na derivação de BLACK e SCHOLLES (1973) e MERTON (1973), é a de que dois ativos que são substitutos perfeitos entre si devem oferecer a mesma taxa de retorno de equilíbrio. As condições de demanda no mercado, e de preferências dos investidores, atuam apenas na determinação dos valores de equilíbrio dos parâmetros envolvidos (preço do ativo objeto, taxa de juros, volatilidade). Nenhuma hipótese envolvendo aversão a risco, por parte dos investidores, precisou ser adotada por Black, Scholes e Merton<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Uma apresentação intuitiva, sem rigor formal, da derivação feita por Black, Scholes e Merton (contendo alguns fatos históricos interessantes a respeito, contados pelo próprio Black), pode ser encontrada em CASTRO (2000).

Isto sugere que a solução obtida, assumindo-se uma determinada estrutura de preferências por parte dos investidores, tem de ser a mesma que seria obtida caso fosse adotada qualquer outra estrutura que, no equilíbrio, resultasse nos mesmos parâmetros relevantes (no caso de Black e Scholes, a taxa de juros e a volatilidade do preço do ativo objeto) . Portanto, *é possível escolher, para obter a solução do problema, a estrutura de preferências que se revele mais conveniente.*

Na visão de COX e ROSS (1976), o que Black, Scholes e Merton implicitamente fizeram foi *considerar que os mercados são compostos por indivíduos indiferentes ao risco.* Neste contexto, um "mundo neutro a risco", o retorno de todos os ativos passa a ser *simplesmente a taxa de juros.*

COX e ROSS (1976) enunciaram então um resultado geral para a avaliação de opções do tipo europeu:

$$C(X, t) = e^{-r(T-t)} \cdot E^{P'} [Max(0, S_T - X)]$$

$$C(X, t) = e^{-r(T-t)} \cdot \int_X^{\infty} (S_T - X) \cdot f(S_T) \cdot dS_T$$

onde  $r$  é a taxa livre de risco;  $P'$  é uma medida de probabilidade e  $f(S_T)$  a densidade da distribuição desta probabilidade, referente ao ativo subjacente, na data de vencimento  $T$ .

$P'$  é a medida de probabilidade que resultaria do processo estocástico seguido pelo ativo objeto, *caso ele ocorresse num "mundo neutro ao risco".* As distribuições de probabilidade assim obtidas se tornaram conhecidas como *probabilidades neutras a risco.*

HARRISON e KREPS (1979) estendem o raciocínio de COX e ROSS (1976), estabelecendo a relação entre o processo estocástico seguido pelo preço do ativo, sua distribuição de probabilidades no vencimento e a hipótese da neutralidade ao risco. Definindo de maneira formal e rigorosa um modelo de equilíbrio econômico e um modelo de mercado de títulos em condições de incerteza, HARRISON e KREPS (1979) mostram que as *probabilidades neutras a risco* de COX e ROSS (1976) podem ser interpretadas como *medidas martingais equivalentes* à probabilidade original do ativo objeto.

Duas medidas de probabilidade são ditas equivalentes se o conjunto de eventos que possuem probabilidade positiva, em relação a uma medida, é idêntico ao dos que possuem

probabilidade positiva em relação à outra medida. A probabilidade neutra a risco é nula se a probabilidade original do modelo é nula, e positiva se a probabilidade original é positiva. Elas são, portanto, equivalentes.

Um processo estocástico é denominado *martingal* se a mudança esperada no seu valor, a cada instante, é sempre nula<sup>6</sup>. SUNDARAM (1997) mostra que uma probabilidade neutra a risco transforma os processos estocásticos de um modelo em martingais, se o ativo livre de risco for adotado no modelo como unidade de conta, ou *numerário*. A taxa de juros é o retorno de todos os ativos, sob a hipótese de neutralidade a risco. O valor esperado futuro de cada ativo, expresso em termos do ativo livre de risco (o *numerário*) será então igual ao seu valor presente. Desta forma, é possível definir as *probabilidades neutras a risco* como *medidas martingais equivalentes*.

Uma importante conclusão de HARRISON e KREPS (1979) é a de que, se um modelo admite a existência de uma medida martingal equivalente, então não oferece oportunidades de arbitragem. Inversamente, a inexistência da medida martingal equivalente é condição necessária e suficiente para que oportunidades de arbitragem existam.

Outro resultado importante se refere à *unicidade* da medida martingal equivalente. A multiplicidade de medidas é condição necessária e suficiente para que o modelo de mercado seja *incompleto*, ou seja, que existam derivativos cujo *payoff* não possa ser replicado pelo *payoff* de uma carteira formada por outros ativos.

Caso essa replicação seja possível, o preço do derivativo pode ser determinado *unicamente por considerações de arbitragem*. Se todos os derivativos puderem ser replicados, ou seja, se os valores de *todos* eles puderem ser unicamente determinados por argumentação de arbitragem, o modelo de mercado é considerado *completo*. HARRISON e KREPS (1979) mostram que esta é uma condição necessária e suficiente para que o modelo admita uma *única* medida martingal equivalente, ou probabilidade neutra a risco.

---

<sup>6</sup> Mais formalmente, NEFTCI (1996) mostra que, dada uma família de conjuntos de informações  $I_t$ , e uma medida de probabilidade  $P$ : se, para todo  $t > 0$ ,  $S_t$  é sabido, dado  $I_t$  ( $S_t$  é  $I_t$ -adaptado);  $E|S_t| < \infty$ ; e  $E_t[S_T] = S_t$ , para todo  $t < T$ , com probabilidade 1, então o processo  $\{S_t, t \in [0, \infty]\}$ , é martingal

### 2.1.1 - Preços de Estado

ARROW (1964) e DEBREU (1958) definem um tipo elementar de derivativo, que desempenha papel equivalente ao das probabilidades neutras a risco na formulação de modelos econômicos sob condições de incerteza. Todos os demais derivativos podem ser expressos em termos de carteiras desses derivativos elementares.

Considere-se que a incerteza a respeito do futuro seja expressa pela definição de diferentes *estados da natureza*, mutuamente exclusivos, dos quais apenas um possa efetivamente ocorrer. Um ativo Arrow-Debreu é um derivativo associado a um determinado estado, que paga uma unidade monetária no futuro, caso esse estado ocorra, e nada caso ele não ocorra. O preço de um ativo Arrow-Debreu é denominado *preço de estado*.

Dado um vetor  $(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k)$  de preços de estado (cada um associado a um dos estados da natureza definidos por um modelo), o preço de qualquer derivativo pode ser expresso como a soma dos produtos dos seus possíveis *payoffs*, a cada estado da natureza, pelos respectivos preços de estado:

$$C(t) = C_1(t + \Delta t) \cdot \psi_1 + C_2(t + \Delta t) \cdot \psi_2 + (\dots) + C_k(t + \Delta t) \cdot \psi_k$$

onde  $C(t)$  é o preço do derivativo no instante  $t$  e  $\psi_j$  os preços de estado, em  $t$ , de cada um dos  $k$  estados da natureza que podem ocorrer em  $t + \Delta t$ , sendo  $\psi_j > 0$ .<sup>7</sup>

A existência de um ativo livre de risco no modelo produz um resultado fundamental. O *payoff* de um ativo livre de risco é sempre o mesmo, não importando qual estado da natureza ocorra. Considerando a taxa livre de risco  $r$  no período  $\Delta t$ , o valor unitário de um ativo livre de risco  $B$  é dado por:

$$B(t) = \frac{1}{1 + r} = 1 \cdot \psi_1 + 1 \cdot \psi_2 + (\dots) + 1 \cdot \psi_k$$

onde  $\psi_j$  são os preços de estado em  $t$ , referentes aos  $k$  estados da natureza em  $t + \Delta t$ .

---

<sup>7</sup> Este tipo de relação é chamada *representação*, dado que apenas um dos estados irá efetivamente ocorrer em  $t + \Delta t$  e, portanto, ela não pode ser observada na realidade. O mesmo tipo de representação pode ser enunciado para todos os ativos definidos no modelo.

Multiplicando-se o valor de  $B(t)$  por  $1+r$  (o retorno do ativo livre de risco), é fácil verificar que  $\sum_{j=1}^k (1+r) \cdot \varphi_j = 1$ . Portanto, multiplicar cada *payoff*  $C_j(t+\Delta t)$  pelo termo  $(1+r) \cdot \varphi_j$  é operacionalmente equivalente ao cálculo de um valor esperado futuro<sup>8</sup>. Este cálculo tem como resultado o preço do derivativo na data presente,

$$C(t) = C_1(t + \Delta t) \cdot \varphi_1 + C_2(t + \Delta t) \cdot \varphi_2 + (\dots) + C_k(t + \Delta t) \cdot \varphi_k,$$

multiplicado por  $(1+r)$ . Logo,  $(1+r) \cdot \varphi_j$  nada mais é do que uma medida de probabilidade neutra a risco, ou medida martingal equivalente, associada ao estado da natureza  $j$ .

SUNDARAN (1997) ressalta que esta correspondência entre preços de estado e probabilidades neutras a risco faz com que se possa abordar a avaliação neutra a risco em termos mais intuitivos. A técnica funciona porque calcular *probabilidades neutras a risco* significa calcular os *preços de estado* associados ao modelo utilizado.

A *inexistência de probabilidades neutras a risco* significa, portanto, que não é possível determinar os preços associados a cada estado, de forma que o modelo permaneça em equilíbrio. A *inconsistência* do modelo é a razão que possibilita oportunidades de arbitragem.

A existência de *múltiplas medidas martingais equivalentes*, ou probabilidades neutras a risco, significa que múltiplos vetores de preços de estado satisfazem o equilíbrio. Ou seja, pelo menos um título Arrow-Debreu pode assumir diversos valores compatíveis com a não-arbitragem. Para que isso aconteça, não pode ser possível replicá-lo construindo uma carteira com outros títulos, cujo valor já está determinado pelo modelo. Logo, o modelo está *incompleto*.

---

<sup>8</sup>  $E(X) = \sum X_i \cdot P(X_i)$ , no caso de uma variável aleatória discreta.

Estes resultados podem ser resumidos através de notação matricial. Seja uma matriz de *payoffs*  $D_{N \times K}$  representada pelos *payoffs*  $d_{ij}$ , gerados por cada um dos  $N$  ativos do modelo, em cada um dos  $K$  possíveis estados da natureza futuros:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1k} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{N1} & d_{N2} & \cdots & d_{Nk} \end{bmatrix}$$

Sejam  $S_i$  os  $N$  ativos considerados no modelo. Podemos definir uma carteira  $\theta$  como o vetor que mostra a parcela de um investimento comprometida com cada ativo  $i$ . O valor da carteira no instante  $t$  será dado pelo produto do vetor  $\theta$  pelo vetor formado pelos ativos  $S_i$ ,

de modo que  $S'_t \cdot \theta = \sum_{i=1}^N S_i(t) \cdot \theta_i$  :

$$S'_t \cdot \theta = [S_1 \quad S_2 \quad \cdots \quad S_N] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix}$$

O *payoff* da carteira  $\theta$ , no instante  $t$ , será dado pelo produto do vetor  $\theta$  pela matriz  $D$  ( $D' \cdot \theta$ ), de modo que o *payoff* em cada estado  $j$  seja dado por  $\sum_{i=1}^N d_{ij}(t) \cdot \theta_i$  :

$$D' \cdot \theta = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & \cdots & d_{N1} \\ d_{12} & & \cdots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{1k} & d_{2k} & \cdots & d_{Nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix}$$

Pode-se definir uma carteira de arbitragem, ou simplesmente uma arbitragem, se uma das seguintes condições for satisfeita:

1.  $S'_t \cdot \theta \leq 0$  e  $D' \cdot \theta > 0$  ou
2.  $S'_t \cdot \theta < 0$  e  $D' \cdot \theta \geq 0$

De acordo com esta definição, a carteira de arbitragem  $\theta$  garante algum retorno positivo a custo zero, ou negativo (gerando uma receita presente); ou então, gera uma receita presente (custo negativo), sem gerar desembolso futuro (garantido um retorno positivo ou nulo).

Sejam  $\psi_j$  os preços de estado associados a cada um dos  $k$  estados da natureza:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_k \end{bmatrix}$$

NEFTCI (1996) enuncia o teorema que generaliza a discussão sobre condições para a ocorrência de arbitragem:

1. Se não existam oportunidades de arbitragem, então existe  $\psi > 0$  tal que:

$$S = D \cdot \psi$$

3. Se a condição 1 é verdadeira, não existe oportunidade de arbitragem.

Isto significa que, num mundo em que não existam oportunidades de arbitragem, sempre existirão  $k$  preços de estado  $\psi_j$  maiores do que 0, tais que:

$$\begin{bmatrix} B \\ S_2 \\ \vdots \\ S_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{N1} & d_{N2} & \cdots & d_{Nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_k \end{bmatrix}$$

Note-se que, na primeira linha, os *payoffs* são constantes e iguais a 1. O retorno do primeiro ativo é o mesmo, não importa qual estado da natureza se realize: é o ativo livre de risco. O valor presente de uma unidade monetária no futuro, livre de risco, é dado pelo

somatório de todos os  $K$  preços de estado,  $\varphi_0 = \sum_{j=1}^k \varphi_j$ <sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> CASTRO (2000) apresenta os conceitos fundamentais da avaliação neutra a risco e a sua extensão aos modelos de tempo contínuo (em termos intuitivos, sem rigor formal), e traz referências bibliográficas a respeito do tema.

### 2.1.2 - A avaliação neutra a risco em operação

SUNDARAM (1997) sintetiza o processo de determinação do preço de um derivativo, através da avaliação neutra a risco:

1. Identifica-se a distribuição de probabilidade neutra a risco, ou medida martingal equivalente, associada ao modelo;
2. Utilizando-se esta medida, calcula-se o valor esperado dos *payoffs* proporcionados pelo derivativo, e
3. Desconta-se o resultado obtido à taxa livre de risco.

Portanto, para que a avaliação neutra a risco seja possível, é necessário determinar, de alguma forma, as probabilidades neutras a risco associadas ao modelo, a partir das informações disponíveis. Uma alternativa é modelar a dinâmica do preço do ativo objeto, até o vencimento, determinando a distribuição de probabilidade associada a esta trajetória (no vencimento), considerando-se a hipótese de neutralidade a risco. A outra alternativa é tentar determiná-las empiricamente, a partir dos preços negociados em mercado, utilizando métodos paramétricos ou não-paramétricos.

Este trabalho apresenta um exemplo da utilização da segunda abordagem, por meio de um método não-paramétrico desenvolvido por SHIMKO (1993), a partir de resultados teóricos deduzidos por BREEDEN e LITZENBERGER (1978). O método tem um apelo bastante intuitivo; sua implementação é simples e não requer nenhum tipo de ferramenta matemática ou computacional sofisticada (apenas resultados elementares de cálculo diferencial e integral, e o uso de uma planilha de cálculo em microcomputador).

## 2.2 O resultado de Breeden e Litzenberger

ROSS (1976) analisa o fato de que opções simples sobre os ativos negociados em mercado podem ser combinadas, de forma a refletir os diferentes preços de estado, e verifica que elas aumentam a eficiência dos mercados por possibilitarem a replicação de contratos complexos.

BREEDEN e LITZENBERGER (1978) mostram então que é possível encontrar, a partir dos preços de opções de compra determinados pelo mercado, os preços de estado associados a cada possível "estado da natureza" futuro. Os estados da natureza são

representados, na abordagem de BREEDEN e LITZENBERGER (1978), pelo espectro de valores que um ativo ou carteira de ativos pode alcançar no futuro, pois cada valor pode ser interpretado como o resultado da ocorrência de um determinado estado da natureza.

Um "derivativo elementar" de um ativo, ou carteira de ativos, já definido anteriormente como ativo Arrow-Debreu, é um título que paga \$1 numa determinada data T, se o valor do ativo ou carteira for S naquela data; caso contrário, o derivativo elementar expira sem pagar nada. Este derivativo elementar pode ser criado por meio de posições compradas e vendidas em opções de compra sobre o ativo objeto, com diferentes preços de exercício, todas expirando em T. O preço do derivativo elementar tem de ser o custo da carteira de opções de compra que possua um *payoff* equivalente ao seu.

Supondo que o valor do ativo objeto S, no instante T, possua um distribuição de probabilidade discreta, com possíveis valores de \$1, \$2, \$3, ..., N, os valores das opções de compra C(X,T) referentes a S, com preços de exercício X iguais a \$0, \$1 e \$2, e vencimento em T, são representados por:

<b>Ativo Objeto</b>	<b>C (0,T)</b>	<b>C(1,T)</b>	<b>C(2,T)</b>
S (T) = 1	1	0	0
S (T) = 2	2	1	0
S (T) = 3	3	2	1
S (T) = 4	4	3	2
( ... )	( ... )	( ... )	( ... )
S (T) = N	N	N - 1	N - 2

Quando o preço de exercício passa de X para X+Δ, o *payoff* do estado S = X+Δ se torna zero, e os *payoffs* de todos os estados tais que S > X+Δ são reduzidos de Δ.

Neste exemplo, C (0,T) - C(0+1,T) tem como resultado um *payoff* de \$1 em cada estado onde S ≥ 1, e C(0+1,T) - C(0+2, T) resulta num *payoff* de \$1 em cada estado onde S ≥ 2.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ N-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ N-1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ N-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

A carteira formada por  $[C(0,T) - C(1,T)] - [C(1,T) - C(2,T)]$  tem como resultado um *payoff* de \$1 se  $S=1$ , e zero caso contrário:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

O derivativo elementar para qualquer valor de  $S$  em  $T$  pode ser construído de maneira similar. O custo da carteira de opções que replica o derivativo elementar fornece o preço de estado a ele associado. Essa carteira será formada pela compra de uma opção de compra com preço de exercício  $X = S-1$  e de outra com  $X = S+1$ , além da venda de duas opções de compra com  $X = S$ .

Assumindo-se um intervalo genérico entre os possíveis valores do ativo objeto igual a  $\Delta S$ , então  $C(X,T) - C(X+\Delta S,T)$  tem um *payoff* igual a zero para  $S \leq X$ , e  $\Delta S$  para valores maiores que  $X$ . Portanto, uma carteira que produza um pagamento de \$1 se o ativo objeto é  $S$ , e zero caso contrário, será formada por  $1/\Delta S$  vezes a combinação montada para o caso do intervalo unitário. O valor atual dessa carteira será então:

$$P(S,T;\Delta S) = \frac{1}{\Delta S} \cdot \{[C(S-\Delta S,T) - C(S,T)] - [C(S,T) - C(S+\Delta S,T)]\}$$

À medida que os intervalos de preço  $\Delta S$  tendem a zero, os possíveis valores de  $S$  tendem a assumir uma distribuição contínua. Pode-se definir então uma *densidade de valor* para  $S$  como o limite da razão do preço da carteira pelo tamanho  $\Delta S$  do intervalo, quando  $\Delta S$  tende a zero:

$$\frac{P(S,T;\Delta S)}{\Delta S} = \frac{1}{\Delta S^2} \cdot \{[C(S-\Delta S,T) - C(S,T)] - [C(S,T) - C(S+\Delta S,T)]\}$$

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{P(S,T;\Delta S)}{\Delta S} = \frac{\partial^2 C(X,T)}{\partial X^2} \Big|_{X=S}$$

Portanto, assumindo-se que  $C(X,T)$  é duplamente diferenciável em  $X$ , o valor de  $\partial^2 C(X,T)/\partial X^2$ , calculado para  $X=S$ , dá o valor da função de preço de estado de  $S$  para o caso contínuo.

O preço de estado em cada ponto é igual ao valor descontado, à taxa livre de risco, da probabilidade neutra a risco a ele associada. Vale então a relação:

$$\frac{\partial^2 C(X, T)}{\partial X^2} \Big|_{X=S} = e^{-r(T-t)} \cdot f(S)$$

onde S é o preço do ativo objeto, X é o preço de exercício, T-t é o prazo de maturidade da opção de compra européia sobre S, e r é a taxa de juros.

Este mesmo resultado pode ser obtido de maneira direta, a partir da relação fundamental enunciada por COX e ROSS (1976):

$$C(X, t) = e^{-r(T-t)} \cdot \int_X^\infty (S_T - X) \cdot f(S_T) \cdot dS_T$$

Derivando C(X,t) em relação a X, de acordo com a regra de Leibniz para derivação de integrais, e calculando este resultado para X=S, obtemos a distribuição acumulada de probabilidade neutra a risco:

$$\frac{\partial C(X, T)}{\partial X} \Big|_{X=S} = -e^{-r(T-t)} \cdot [1 - F(S)]$$

Derivando este resultado uma segunda vez, e novamente calculando seu valor em X=S, obtemos o resultado de BREEDEN e LITZENBERGER (1978):

$$\frac{\partial^2 C(X, T)}{\partial X^2} \Big|_{X=S} = e^{-r(T-t)} \cdot f(S)$$

onde f(S) é a função densidade de probabilidade neutra a risco de S, no vencimento.

### 2.3 A técnica de Shimko

SHIMKO (1993) desenvolveu um engenhoso método de implementação da técnica sugerida por BREEDEN e LITZENBERGER (1978). Para que se possam calcular as necessárias derivações dos preços de opções de compra, é preciso encontrar funções de

preço "suaves", ou seja, contínuas e deriváveis em todos os pontos. Como não existe um espectro contínuo de preços de exercício, para as opções negociadas em mercado, torna-se necessário interpolar os valores observados.

Após analisar diversas possibilidades de interpolação, considerando inicialmente os preços de opções diretamente observados no mercado, SHIMKO (1993) optou por utilizar as volatilidades implícitas obtidas a partir da fórmula Black-Scholes. Uma parábola, obtida a partir do método de mínimos quadrados, foi interpolada entre os valores observados.

Os valores interpolados correspondem à volatilidade até o vencimento,  $v = \sigma\sqrt{\tau}$ . A função  $v = A_0 + A_1X + A_2X^2$  é usada para gerar um intervalo contínuo de volatilidades implícitas que, via fórmula Black-Scholes, são utilizadas para gerar valores interpolados de preços de opções. Estes valores são então diferenciados, gerando as funções de distribuição acumulada e de densidade de probabilidade neutra a risco implícitas nos preços. A forma quadrática de interpolação permite que as derivadas da função preço das opções, em relação ao preço de exercício, sejam calculadas analiticamente.

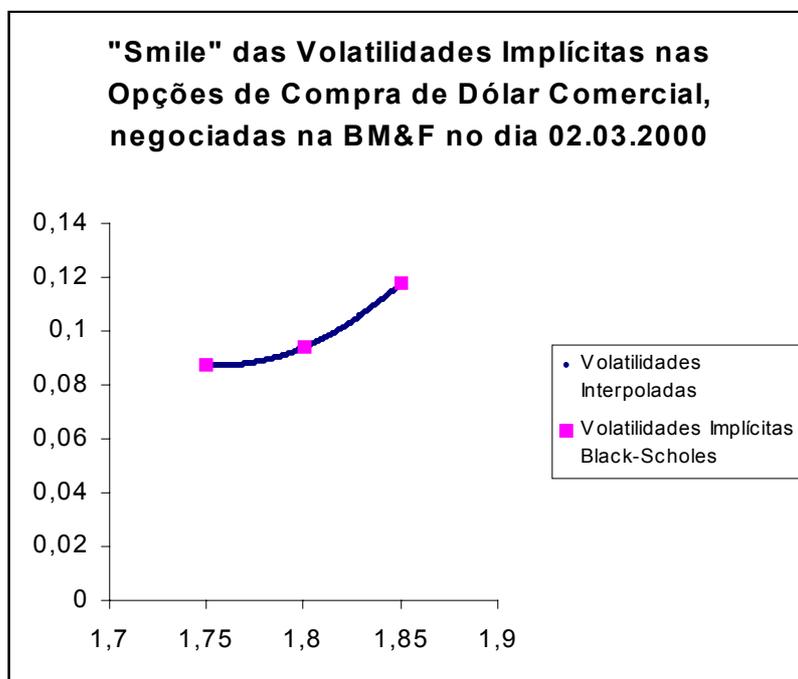


Figura 1

SHIMKO (1993) enfatiza que a fórmula Black-Scholes é utilizada *apenas com uma transformação de variáveis*, pois a técnica proposta pretende justamente relaxar a hipótese

fundamental do modelo Black-Scholes-Merton: de que a distribuição de probabilidades do preço do ativo objeto, no vencimento, é lognormal.

A distribuição neutra a risco só é gerada para valores situados dentro do intervalo observado de preços de opções. As probabilidades referentes aos valores situados fora do intervalo são calculadas como distribuições lognormais, traçadas de forma a gerar os mesmos valores de volatilidade e probabilidade que os obtidos, por meio do modelo, para os pontos extremos. A distribuição final é formada pela junção das três partes.

## 2.4 Outras técnicas

A pesquisa em finanças vem se dedicando, com interesse crescente, ao estudo das probabilidades neutras a risco e dos processos estocásticos seguidos pelos preços dos ativos. RUBINSTEIN (1994), JACKWERTH e RUBINSTEIN (1996) e JACKWERTH (1999) associam o aumento deste interesse à ocorrência do *crash* das bolsas norte-americanas (com repercussões nas bolsas de todo o mundo), em outubro de 1987. Não é por acaso que um dos trabalhos pioneiros na área tenha sido motivado pelo tema: em "*The Crash of '87: Was It Expected? The Evidence from Options Markets*", David S. Bates procura examinar as expectativas de mercado anteriores ao *crash*, com a ajuda dos preços de opções sobre futuros do índice de mercado de ações norte-americano S&P 500.<sup>10</sup>

As linhas de pesquisa sobre distribuições de probabilidade neutras a risco se dividem em dois grandes grupos, na visão de CHANG e MELICK (1999). De um lado, estão as técnicas que procuram recuperar o processo estocástico percorrido pelo ativo objeto, obtendo a distribuição neutra a risco como resultado desse processo, como fez BATES (1991). Do outro, estão as técnicas que procuram estimar a distribuição neutra a risco a partir da sua relação com os preços de opções efetivamente praticados em mercado, no vencimento. A abordagem de SHIMKO (1993), adotada com pequenas modificações nesta dissertação, foi uma das pioneiras nesta segunda linha de pesquisa.<sup>11</sup>

---

<sup>10</sup> A abordagem utilizada por BATES (1991) se baseia na recuperação do processo estocástico seguido pelo preço do ativo subjacente às opções; a obtenção da distribuição de probabilidade neutra a risco é um subproduto desse exercício.

<sup>11</sup> Uma revisão de literatura a respeito do tema, apresentando vários exemplos de utilização das diferentes técnicas desenvolvidas até o momento, bem como trabalhos que procuraram avaliar e comparar algumas

### 3. Metodologia

#### 3.1 A Derivação das Distribuições Neutras a Risco

As distribuições de probabilidade neutras a risco do preço do dólar americano, no primeiro dia útil de cada mês entre abril de 1999 e novembro de 2000, foram obtidas por meio do método de SHIMKO (1993). Já estava em vigor, desde o início desse período, o novo regime cambial brasileiro, de câmbio flutuante, sem compromisso com a manutenção de bandas cambiais.<sup>12</sup>

O método de SHIMKO (1993) foi adotado com algumas modificações. SHIMKO (1993) interpola as volatilidades implícitas na forma  $v = \sigma \cdot \sqrt{\tau}$ , onde  $\sigma$  é a volatilidade implícita Black-Scholes, e  $\tau$  é o prazo de vencimento da opção. Neste trabalho, interpola-se a volatilidade diária  $\sigma$  como função do preço de exercício  $X$ , na forma de uma parábola (obtida por meio da técnica de mínimos quadrados):

$$\sigma(X) = A_0 + A_1 \cdot X + A_2 \cdot X^2$$

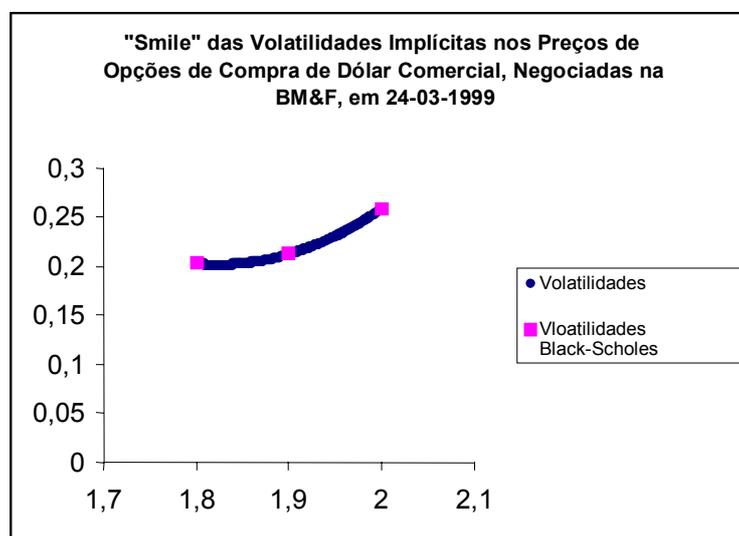


Figura 2

Na formulação original de SHIMKO (1993), as volatilidades são interpoladas apenas num intervalo contendo as cotações observadas. As distribuições nos trechos situados acima e abaixo da faixa de valores interpolados são estimadas por distribuições lognormais, que

destas técnicas, pode ser encontrada em CASTRO (2000).

<sup>12</sup> Uma análise do período em que vigorou o regime de bandas cambiais no Brasil, e que também utiliza distribuições neutras a risco obtidas pelo método de SHIMKO (1993), é feita por CAMPA, CHANG e

interceptem a distribuição derivada nos pontos extremos, apresentando os mesmos valores de probabilidade acumulada e de densidade de probabilidade.

Neste trabalho, optou-se por extrapolar as volatilidades implícitas, mantendo constante a volatilidade a partir destes pontos, como fizeram CAMPA, CHANG e REIDER (1997)<sup>13</sup>. MALZ (1997) observa que, nestes trechos, diferentes formas de extrapolação das volatilidades influenciam muito pouco os valores das distribuições. Esses valores são calculados por meio das derivadas primeira e segunda da função de preço da opção, que varia pouco nestes trechos. HULL (1997) mostra que a taxa de variação do preço da opção, em função de variações da volatilidade (conhecida como vega), é pequena para as opções muito “dentro” e “fora do dinheiro”. Esta solução se mostrou bem mais conveniente que a escolhida por SHIMKO (1993), que gera descontinuidades nos formatos das distribuições.

Os valores interpolados de  $\sigma$ , para cada valor de  $X$ , foram então substituídos na versão de GARMAN e KOHLHAGEN (1983) para a fórmula Black-Scholes. Esta substituição funcionou como uma simples transformação de variáveis, para transpor os valores interpolados do espaço  $X \times \sigma$  para o espaço  $X \times C$  (já que a fórmula Black-Scholes fornece uma relação biunívoca entre um determinado valor de volatilidade e um preço de opção de compra). Como enfatiza SHIMKO (1993), isso não significa tomar como válida a fórmula Black-Scholes, nem as premissas nas quais ela se baseia.

Com uma variante da fórmula Garman-Kohlhagen, foram mapeados valores de opções de compra para cada volatilidade interpolada. Essa versão da fórmula, baseada no resultado derivado por BLACK (1976), leva em conta o valor de um contrato futuro de dólar que anula possibilidades de arbitragem:

$$F = S.e^{(r-r^*)\tau}$$

---

REFALO (1999).

<sup>13</sup> CAMPA, CHANG e REIDER (1997) fazem uma extrapolação das volatilidades implícitas, via cubic splines, de tamanho equivalente ao dos intervalos entre preços de exercício imediatamente adjacentes aos extremos, antes de fixar os valores das volatilidades.

A versão Garman-Kohlhagen da fórmula padrão Black-Scholes é:

$$C(X) = e^{-r^*\tau} S.N(d_1) - e^{-r\tau} .X.N(d_2)$$

$$\text{onde } d_1 = \left( \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left[ r - r^* + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \right] \cdot \tau}{\sigma \cdot \sqrt{\tau}} \right); \quad d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{\tau};$$

$r^*$  é a taxa de juros na moeda estrangeira e  $r$  a taxa de juros na moeda doméstica

Levando-se em conta o resultado derivado por BLACK (1976), e os valores interpolados de  $\sigma$ , obtém-se:

$$C(X) = e^{-r\tau} .[F.N(d_1) - X.N(d_2)]$$

$$\text{onde } d_1 = \left( \frac{\ln\left(\frac{F}{X}\right) + \left(\frac{\sigma^2(X)}{2}\right) \cdot \tau}{\sigma(X) \cdot \sqrt{\tau}} \right);$$

$$d_2 = d_1 - \sigma(X) \cdot \sqrt{\tau},$$

Feito o mapeamento dos valores de opções de compra correspondentes a cada volatilidade, em função de cada possível valor de  $X$ , pôde-se então utilizar o resultado de BREEDEN e LITZENBERGER (1978):

$$\frac{\partial C(X,T)}{\partial X} \Big|_{X=S} = -e^{-r(T-t)} .[1 - F(S)]$$

$$\frac{\partial^2 C(X,T)}{\partial X^2} \Big|_{X=S} = e^{-r(T-t)} .f(S)$$

A forma quadrática de interpolação permite que as derivações sejam feitas analiticamente. Este foi o principal motivo pelo qual foi utilizada a abordagem original de SHIMKO (1993), em lugar da formulação alternativa de CAMPA, CHANG e REIDER (1997), que

interpolaram as volatilidades implícitas utilizando o método de *cubic splines*.<sup>14</sup>

LEMGRUBER (1995) mostra que é conveniente calcular o seguinte resultado, antes de derivar C(X) em relação ao preço de exercício X:

$$\begin{aligned}
 d_2 &= d_1 - \sigma \cdot \sqrt{\tau} \\
 d_2^2 &= d_1^2 - 2 \cdot d_1 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\tau} + \sigma^2 \cdot \tau \\
 d_2^2 &= d_1^2 - 2 \cdot \left[ \ln\left(\frac{F}{X}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \tau \right] + \sigma^2 \cdot \tau \\
 d_2^2 &= d_1^2 - 2 \cdot \ln\left(\frac{F}{X}\right) - \sigma^2 \cdot \tau + \sigma^2 \cdot \tau \\
 d_2^2 - d_1^2 &= -2 \cdot \ln\left(\frac{F}{X}\right) \quad (1)
 \end{aligned}$$

As derivadas primeira e segunda de N(d) em relação a d são:

$$\begin{aligned}
 n(d) &= \frac{d[N(d)]}{d(d)} \\
 n(d) &= \frac{d \left( \int_{-\infty}^d \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt \right)}{d(d)} \\
 n(d) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d^2}{2}} \quad (2) \\
 n'(d) &= \frac{d[n(d)]}{d(d)} \\
 n'(d) &= -d \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d^2}{2}} \\
 n'(d) &= -d \cdot n(d) \quad (3)
 \end{aligned}$$

Segue-se a seguinte relação entre as derivadas n(d<sub>1</sub>) e n(d<sub>2</sub>), de N(d<sub>1</sub>) e N(d<sub>2</sub>):

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d_2^2}{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d_1^2}{2}}}$$

<sup>14</sup> Antes da escolha da interpolação quadrática, foi experimentado o método de *cubic splines*. As derivações foram feitas por diferenças finitas, de maneira similar à adotada por MALZ (1997). No entanto, os momentos das distribuições se revelaram muito sensíveis ao grau de refinamento adotado para as diferenças, já que eles foram obtidos numericamente, por meio de integrais das funções de distribuição (também calculadas via diferenças finitas).

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = e^{-\frac{1}{2}(d_2^2 - d_1^2)}$$

$$de (1): \frac{n(d_2)}{n(d_1)} = e^{-\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \ln\left(\frac{F}{X}\right)}$$

$$\frac{n(d_2)}{n(d_1)} = \frac{F}{X} \quad (4)$$

De posse dos resultados (1) a (4), foi possível então derivar C(X):

$$\frac{dC(X)}{dX} = \frac{d[e^{-r\tau} \cdot [F \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)]]}{dX}$$

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau} \left[ F \cdot n(d_1) \cdot \frac{d(d_1)}{dX} - N(d_2) - X \cdot n(d_2) \cdot \frac{d(d_2)}{dX} \right]$$

do resultado (4):

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau} \left[ F \cdot n(d_1) \cdot \frac{d(d_1)}{dX} - N(d_2) - F \cdot n(d_1) \cdot \frac{d(d_2)}{dX} \right]$$

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau} \left\{ F \cdot n(d_1) \cdot \left[ \frac{d(d_1)}{dX} - \frac{d(d_2)}{dX} \right] - N(d_2) \right\}$$

Para simplificar a notação, considerem-se as seguintes convenções:

$$\frac{d(d_1)}{dX} = d_{1X}, \quad \frac{d(d_2)}{dX} = d_{2X}$$

$$v = \sigma(X) \cdot \sqrt{\tau}$$

$$v' = \frac{d[\sigma(X)]}{dX}$$

$$v'' = \frac{d^2[\sigma(X)]}{dX^2}$$

Da interpolação,  $\sigma(X) = A_0 + A_1 \cdot X + A_2 \cdot X^2$ . Logo,

$$v = (A_0 + A_1 \cdot X + A_2 \cdot X^2) \cdot \sqrt{\tau}$$

$$v' = (A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot X) \cdot \sqrt{\tau}$$

$$v'' = 2 \cdot A_2 \cdot X \cdot \sqrt{\tau}$$

Dado que  $d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{\tau}$ :

$$d_1 - d_2 = \sigma \cdot \sqrt{\tau} = v$$

$$d_{1X} - d_{2X} = \frac{d\sigma(X)}{dX} \cdot \sqrt{\tau} = v'$$

$$d_{1X} - d_{2X} = (A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot X) \cdot \sqrt{\tau} \quad (5)$$

Voltando às derivadas de C(X), e utilizando os resultados (3) e (5):

$$\frac{dC(X)}{dX} = e^{-r\tau} \cdot \{F \cdot n(d_1) \cdot v' - N(d_2)\} \quad (6)$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = \frac{d[e^{-r\tau} \cdot \{F \cdot n(d_1) \cdot v' - N(d_2)\}]}{dX}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r\tau} \cdot \left\{ \frac{d[F \cdot n(d_1) \cdot v']}{dX} - n(d_2) \cdot \frac{d(d_2)}{dX} \right\}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r\tau} \cdot \{F \cdot [n'(d_1) \cdot d_{1X} \cdot v' + n(d_1) \cdot v''] - n(d_2) \cdot d_{2X}\}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r\tau} \cdot \{F \cdot [-d \cdot n(d_1) \cdot d_{1X} \cdot v' + n(d_1) \cdot v''] - n(d_2) \cdot d_{2X}\}$$

$$\frac{d^2C(X)}{dX^2} = e^{-r\tau} \cdot \{F \cdot n(d_1) \cdot [v'' - v' \cdot d \cdot d_{1X}] - n(d_2) \cdot d_{2X}\} \quad (7)$$

Os valores de (6) e (7) puderam então ser substituídos no resultado de BREEDEN e LITZENBERGER (1978), para que se pudessem calcular os valores de F(S) e f(S):

$$\frac{\partial C(X)}{\partial X} \Big|_{X=S} = -e^{-r\tau} \cdot [1 - F(S)]$$

$$1 - F(S) \Big|_{X=S} = -e^{r\tau} \frac{\partial C(X)}{\partial X}$$

$$F(S) \Big|_{X=S} = 1 + e^{r\tau} \frac{\partial C(X)}{\partial X}$$

de (6):

$$F(S) \Big|_{S=X} = 1 + F \cdot n(d_1) \cdot v' - N(d_2)$$

Este resultado foi utilizado para gerar valores de F(S), por meio de uma tabela dinâmica em planilha de cálculo Excel, fazendo o valor de X variar entre 1 e 3 (com intervalos entre cada valor de 0,001 - um décimo de centavo), pois, em todas as distribuições geradas, F(1) foi praticamente 0, e F(3) foi praticamente 1 (na maioria dos casos, a diferença foi inferior ao menor número que pode ser expresso pela planilha).

A figura abaixo mostra um exemplo de distribuição de probabilidades acumuladas, gerada a partir do método. Esta distribuição se refere às probabilidades de ocorrência de diferentes valores para a taxa de câmbio do dólar comercial em 02 de maio de 1999 (data de

vencimento de opções na BM&F), calculadas com base nos preços de opções de compra de dólar comercial negociadas na BM&F, em 24 de março de 1999:

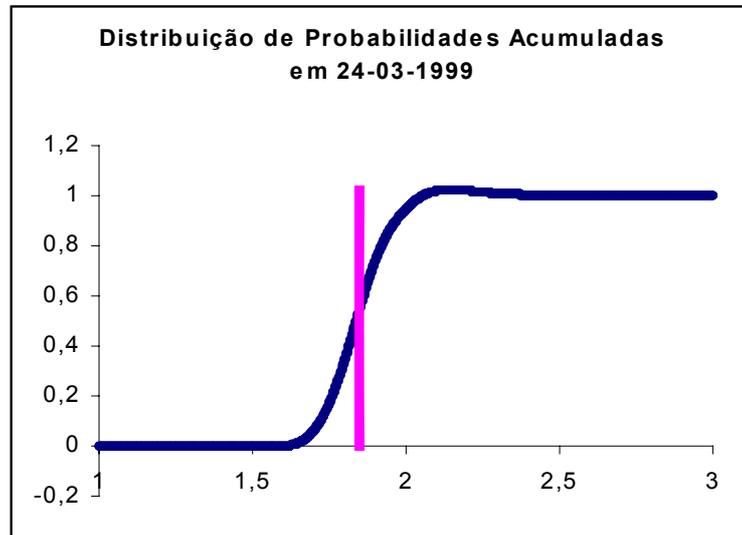


Figura 3

Os valores de  $f(S)$  poderiam ter sido derivados tanto numericamente, por meio de diferenças finitas dos resultados de  $F(S)$ , quanto analiticamente. Optou-se por também calcular  $f(S)$  de forma analítica:

$$f(S) \Big|_{X=S} = e^{-r\tau} \cdot \frac{d^2 C(X)}{dX^2}$$

de (7):

$$f(S) \Big|_{X=S} = F \cdot n(d_1) \cdot [v'' - d \cdot d_{1X}] - n(d_2) \cdot d_{2X}$$

Torna-se necessário então calcular o valor de  $d_{1X}$  e  $d_{2X}$ :

$$d_1 = \left[ \frac{\ln\left(\frac{F}{X}\right) + \frac{v^2}{2}}{v} \right], \text{ e } d_2 = d_1 - v,$$

$$\frac{d(d_1)}{dX} = \frac{\left\{ \frac{d\left[\ln\left(\frac{F}{X}\right)\right]}{dX} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dv^2}{dX} \right\} \cdot v - \left[ \ln\left(\frac{F}{X}\right) + \frac{v^2}{2} \right] \cdot v'}{v^2}$$

$$d_{1X} = \frac{\left[ -\frac{1}{X} + v \cdot v' \right] \cdot v - d_1 \cdot v \cdot v'}{v^2}$$

$$d_{1X} = v' - \frac{1}{Xv} - d_1 \cdot \frac{v'}{v}$$

$$d_2 = d_1 - v \Rightarrow \frac{d(d_2)}{dX} = \frac{d(d_1)}{dX} - v'$$

$$d_{2X} = -\frac{1}{v} \left( \frac{1}{X} + d_1 \cdot v' \right)$$

Estes resultados foram utilizados para calcular os valores das funções de densidade das probabilidade neutras a risco, também por meio de tabelas dinâmicas do Excel, no intervalo de f(1) a f(3). Da mesma forma que em F(S), os valores de f(0) e f(3) se mostraram muito próximos do valor assintótico 0 (na maioria das vezes, a diferença também foi inferior ao menor número que a planilha podia representar).

A figura 4 mostra a função de densidade de probabilidades da taxa de câmbio do dólar comercial, referente ao vencimento de 02.05.1999, derivada com base nos preços de opções de compra do dólar, negociadas na BM&F em 24.03.1999:

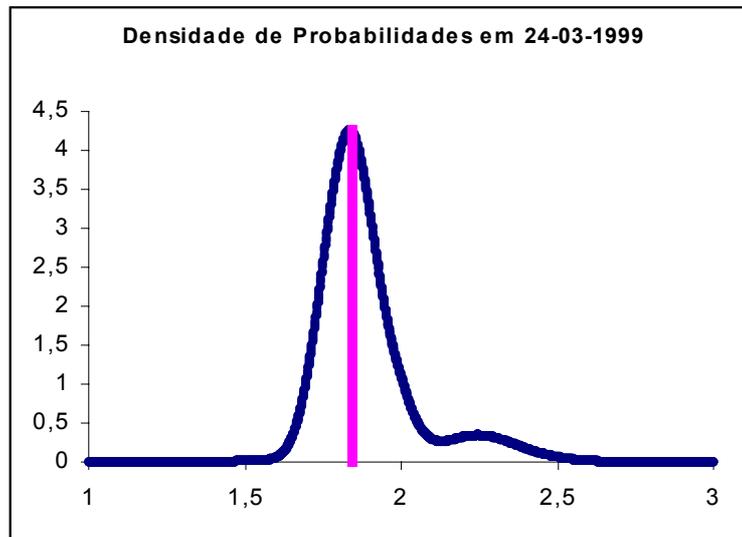


Figura 4

Com base nos valores de f(S) calculados, obteve-se numericamente os momentos de primeira, segunda, terceira e quarta ordem. A área sob a curva foi determinada via diferenças finitas, com um intervalo entre valores de S fixado em 0,001 (um décimo de centavo):

$$A \approx \sum_{i=1000}^{2999} \left[ f\left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) \right] \cdot 0,001$$

Na maioria das vezes, a área calculada se mostrou bastante próxima de 1. O erro de cálculo foi quase sempre inferior a 10%, para mais ou para menos (ou seja, a área resultante ficou entre 0,9 e 1,1). Esta margem de erro, que decorre das imprecisões tanto do método quanto da integração numérica, foi similar à obtida por SHIMKO (1993). Os demais momentos (média, variância, assimetria e curtose) foram calculados com valores normalizados de  $f(S)$ , segundo a proposta de SHIMKO (1993):

$$\begin{aligned}
 \text{Média: } E(S) &\approx \sum_{i=1000}^{2999} \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) \cdot f \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) \cdot \frac{1}{A} \cdot 0,001 \\
 \text{Variância: } \sigma^2(S) &\approx \sum_{i=1000}^{2999} \left[ \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) - E(S) \right]^2 \cdot f \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) \cdot \frac{1}{A} \cdot 0,001 \\
 \text{Assimetria: } \sigma^3(S) &\approx \frac{\sum_{i=1000}^{2999} \left[ \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) - E(S) \right]^3 \cdot f \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) \cdot \frac{1}{A} \cdot 0,001}{[\sigma^2(S)]^{\frac{3}{2}}} \\
 \text{Curtose: } \sigma^4(S) &\approx \frac{\sum_{i=1000}^{2999} \left[ \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) - E(S) \right]^4 \cdot f \left( \frac{i}{1000} + 0,0005 \right) \cdot \frac{1}{A} \cdot 0,001}{[\sigma^2(S)]^2}
 \end{aligned}$$

### 3.2 As Limitações do Método

A aplicação do método de SHIMKO (1993) à realidade brasileira apresenta uma série de limitações (também presentes nas aplicações realizadas em outros contextos, mas em menor intensidade). O problema mais sério é a pouca liquidez do mercado de opções sobre dólar na BM&F.

Nos países desenvolvidos, a liquidez dos mercados de opções sobre moedas está concentrada nos mercados de balcão, que normalmente negociam volumes várias vezes superiores aos dos respectivos mercados organizados. Esta é razão pela qual estudos como os de McCauley e Melick (1996), Malz (1997) e Campa, Chang e Reider (1997) utilizam cotações do mercado de balcão para derivar distribuições neutras a risco referentes a diversos pares de moedas. No caso brasileiro, apesar da pouca liquidez, o mercado da BM&F é a única fonte de informação disponível.

Além do pequeno volume financeiro e do baixo número de contratos negociados para cada série, outro problema grave é enfrentado por quem tenta utilizar dados diários de opções sobre dólar da BM&F, para derivar distribuições neutras a risco: o pequeno número de séries efetivamente negociadas. Os diversos autores que analisaram e procuraram aplicar a técnica de SHIMKO (1993) - ou variações dela, como MALZ (1997) - enfatizam que, para que o resultado reflita efetivamente a distribuição implícita nos preços das opções, é necessário que haja um número razoável de preços de exercício, entre as séries de opções negociadas - que não devem estar muito concentrados em torno do valor *at-the-money*, mas razoavelmente distribuídos ao longo do eixo de possíveis valores. Infelizmente, não é este o caso do mercado de opções sobre o dólar na BM&F. O número de *strikes* disponíveis a cada dia, no período observado por este trabalho, em nenhum momento foi superior a cinco. Quando se consideram apenas os casos em que houve mais de um negócio, como neste estudo, o maior número disponível encontrado foi quatro, sendo três (o mínimo necessário à implementação do método) o mais comum.

CAMPA, CHANG e REFALO (1999) procuram contornar essa limitação, interpolando volatilidades implícitas referentes a opções negociadas em diferentes datas, aglutinadas em blocos de quinze dias. A data central do período é considerada a "data de observação", na qual são aglutinadas as volatilidades implícitas referentes a cada opção observada, ao longo dos quinze dias. Os preços de exercício são convertidos a valores equivalentes na data central, pela razão preço de exercício/preço futuro, multiplicada pela cotação futura da data central. Esta aglutinação gera um espectro mais amplo de volatilidades a interpolar, mas pressupõe que a relação entre as volatilidades e a razão preço de exercício/preço futuro permaneça constante, e que o formato da distribuição também permaneça constante, ao longo de cada intervalo de quinze dias.

Esses pressupostos parecem excessivamente restritivos para o caso brasileiro, em que a instabilidade tem sido uma característica permanente. Torna-se extremamente importante, portanto, a possibilidade de obter estimativas diárias das expectativas dos mercados, propiciada pelas distribuições neutras a risco implícitas nos preços de opções.

Por esta razão, interpolaram-se neste estudo cotações referentes a uma única data, obtendo-se estimativas diárias das distribuições neutras a risco do preço do dólar. Considerou-se que a perda de qualidade na interpolação, decorrente da pequena quantidade de valores

interpolados, seria compensada pela maior riqueza de informações que a observação das mudanças diárias no formato do "smile" (e, conseqüentemente, das distribuições) pode proporcionar.

### 3.3 A Obtenção dos Dados

Os dados utilizados na derivação das distribuições foram obtidos via *internet*. A Bolsa de Mercadorias e Futuros disponibiliza, em sua página [www.bmf.com.br](http://www.bmf.com.br), o Serviço de Recuperação de Informações. Por meio dele, qualquer usuário da *internet* pode solicitar, via correio eletrônico, séries históricas disponíveis nos bancos de dados dos computadores da BM&F.

Os dados fornecidos pela BM&F correspondem a séries históricas do Resumo Estatístico do Pregão. Os valores de opções representam cotações médias de opções de compra de dólar comercial, negociadas 10 e 20 dias úteis antes do primeiro pregão de cada mês (datas de vencimento das opções). O período analisado compreendeu os meses de abril de 1999 (vencimento de 02.05.1999) a setembro de 2000 (vencimento de 02.10.2000) - um total de 18 vencimentos, para os quais foram derivadas 36 distribuições acumuladas e 36 densidades de probabilidade (duas para cada mês, correspondendo aos horizontes de tempo de 10 e 20 dias úteis). A maioria das distribuições foi obtida a partir da interpolação de três valores de opção de compra do dólar comercial, correspondendo a três diferentes preços de exercício. Em alguns casos, foi possível utilizar quatro valores, correspondendo a quatro diferentes preços de exercício.

Os valores de  $F$ , utilizados nas derivações de  $f(S)$  e  $F(S)$ , correspondem às cotações de ajuste dos contratos futuros de dólar, com data de liquidação coincidente com a data de vencimento das opções. O fator de desconto  $e^{-r\tau}$  foi estimado pela taxa implícita nos contratos futuros de DI (depósitos interfinanceiros) de 1 dia, de mesmo vencimento que as opções, por serem esses instrumentos os que melhor se prestariam à montagem de estratégias de arbitragem com as opções e futuros na BM&F.

Para o cálculo das correlações entre as assimetrias das distribuições e a taxa de câmbio, foram utilizados os preços de venda (cotações de fechamento) do dólar comercial, informadas ao público pelo Banco Central do Brasil, por meio da transação PTAX 800 do

Sistema de Informações Banco Central (SISBACEN). Os mesmos valores são utilizados pela BM&F para a liquidação financeira dos seus contratos futuros e de opções.

#### **4. Resultados**

Com base no modelo exposto no capítulo 3, e nos dados obtidos via Sistema de Recuperação de Informações da BM&F e SISBACEN, foram traçadas interpolações de volatilidades implícitas ("*smiles*"), distribuições de probabilidades acumuladas e densidades de probabilidade neutras a risco para o preço em reais do dólar comercial, referentes a opções negociadas entre abril de 1999 e setembro de 2000 (correspondendo a 18 vencimentos de opções, de maio de 1999 a outubro de 2000). Para cada um desses vencimentos, foram obtidas interpolações, distribuições e densidades referentes a horizontes de tempo de 10 e 20 dias úteis. Calcularam-se as áreas sob as curvas, valores esperados, variâncias, assimetrias e curtoses de cada uma das distribuições.

A escolha do mês de abril de 1999 como ponto de partida se deveu ao fato de que somente ao final de janeiro de 1999 o governo brasileiro adotou o regime de livre flutuação da taxa de câmbio. Partiu-se do pressuposto de que, passado um pequeno período de transição, os mercados *spot* e derivativos passariam a refletir, de maneira muito mais confiável, as expectativas dos agentes de mercado a respeito do comportamento futuro da taxa de câmbio. O custo inevitável desta escolha foi a disponibilidade de uma amostra reduzida de cotações (e de distribuições delas derivadas). O problema foi agravado pela redução, a partir de outubro do ano de 2000, da já pequena liquidez do mercado de opções sobre dólar comercial na BM&F. O pequeno número de vencimentos efetivamente negociados a cada dia, nos meses seguintes, tornou inviável a derivação de distribuições neutras a risco confiáveis, a partir de novembro de 2000.

Outro fator limitante do tamanho da amostra foi a utilização de dados referentes a opções negociadas em bolsa - a maioria dos trabalhos publicados sobre o tema utilizam dados referentes aos mercados de balcão. Como os vencimentos das opções na BM&F ocorrem sempre no primeiro dia útil de cada mês, opções com mesmo prazo até o vencimento só podem ser observadas com periodicidade mensal. Por outro lado, nas opções negociadas em balcão, o prazo até o vencimento é determinado na negociação (essa característica

permitiu que CAMPA, CHANG e REIDER, 1997, por exemplo, obtivessem dados semanais com mesmo prazo até o vencimento - no caso, de 1 e 3 meses).

O período de tempo abrangido pela amostra utilizada neste estudo, dezoito meses, foi similar àquele observado em outros trabalhos a respeito do assunto. A título de exemplo, CAMPA, CHANG e REIDER (1997) utilizam dados que abrangem um período de 48 semanas; CAMPA, CHANG e REFALO (1999) observam um período de 34 meses.

Os formatos das distribuições apresentaram diferenças significativas entre si, refletindo as mudanças ocorridas nas expectativas dos agentes de mercado ao longo do tempo. As figuras 5 a 8 mostram exemplos de algumas distribuições de probabilidades acumuladas e densidades de probabilidade. As linhas mais claras, perpendiculares ao eixo dos valores da taxa de câmbio, representam as taxas de câmbio dos contratos futuros negociados na BM&F, com o mesmo vencimento que o das opções.

É possível avaliar como a derivação de distribuições de probabilidade neutras a risco pode revelar informações importantes a respeito das expectativas dos agentes de mercado, por meio de uma simples comparação visual entre as figuras 7 e 8: apesar das taxas futuras do dólar comercial, nas respectivas datas, apresentarem valores muito próximos, os formatos das distribuições derivadas a partir dos preços das opções são bem diferentes entre si. Em 10.01.2000, data a que se refere a figura 7, a probabilidade (neutra a risco) de que o preço do dólar ultrapassasse a barreira dos 2 reais no início de fevereiro (área sob a curva a partir do valor 2), refletida nos preços das opções negociadas na BM&F, era significativamente diferente de zero. Já em 16.06.2000, data a que se refere a figura 8, a probabilidade de que a barreira dos 2 reais fosse ultrapassada no início de julho era tida, pelos agentes do mercado, como virtualmente nula.

As mudanças nas expectativas dos agentes de mercado, ao longo do tempo, provocam mudanças nas características das distribuições neutras a risco. Um exemplo desse tipo de mudança é o surgimento de bimodalidade na distribuição, tal como aconteceu no dia 02.09.1999 (ilustrado na figura 6). Apesar da taxa futura do dólar comercial estar abaixo do patamar de 2 reais, os preços de opções de compra naquela data refletiam uma chance considerável da ocorrência de um cenário em que a taxa assumiria um comportamento explosivo, superando a barreira dos 2,5 reais. Poucos meses antes, em 27.04.1999, a

probabilidade (neutra a risco) de que o preço do dólar comercial caísse abaixo do patamar de 1,5 reais no início de junho daquele ano (área sob a curva abaixo do valor 1,5, na figura 5) era tida como razoável.

Estes são apenas alguns exemplos da utilidade da derivação das distribuições neutras a risco, que podem se constituir em importantes instrumentos auxiliares na análise das expectativas dos agentes de mercado. As distribuições neutras a risco refletem informações que estão contidas nos preços das opções, e que não são reveladas pela simples observação dos preços negociados nos mercados à vista e nos mercados futuros.

Seguindo a abordagem de CAMPA, CHANG e REIDER (1997), calcularam-se neste trabalho as correlações entre as assimetrias das distribuições neutras a risco e as cotações de fechamento do dólar nas respectivas datas. Foram adotadas as cotações de venda registradas na transação PTAX 800 do SISBACEN (Sistema do Banco Central do Brasil), que são utilizadas na liquidação financeira dos contratos futuros e de opções de dólar comercial, negociados na BM&F.

O objetivo do cálculo das correlações foi o de verificar até que ponto esses contratos refletem a crença, por parte dos investidores, de que a taxa de câmbio dólar/real segue uma banda cambial implícita, ou de que o Banco Central do Brasil está disposto a intervir no mercado de câmbio, sempre que necessário, para tentar manter a flutuação da taxa dentro de determinados limites. Uma correlação negativa forte entre as cotações e as assimetrias das distribuições refletiria a crença na banda cambial (ou na intervenção ativa do Banco Central): quando a cotação do dólar se aproximasse do teto (implícito ou explícito) da banda, a distribuição se tornaria negativamente assimétrica, indicando uma maior aposta na queda futura das cotações; inversamente, quando a cotação se aproximasse do piso, as distribuições se tornariam positivamente assimétricas.

A hipótese alternativa considerada por CAMPA, CHANG e REIDER (1997) é a da ocorrência de correlações e assimetrias próximas de zero, e de correlações entre as distribuições de probabilidade e as taxas de câmbio também próximas a zero, indicando que o movimento futuro das taxas independe da cotação presente do dólar (um comportamento próximo de um passeio aleatório). No entanto, os resultados obtidos para os cinco pares de moedas por eles observados (dólar/yen, dólar/marco, marco-franco

francês, marco-libra e marco-lira) não referendaram nenhuma das duas hipóteses: as correlações encontradas foram todas positivas (a maioria delas significativamente positivas). Uma explicação sugerida por CAMPA, CHANG e REIDER (1997) é a de que os agentes de mercado seguem um comportamento "extrapolativo", procurando sempre se defender de perdas decorrentes da continuação da tendência presente. Outra explicação seria a crença dos agentes na existência de um *risco endógeno de realinhamento* das bandas cambiais, implícitas ou explícitas: quanto mais a cotação da moeda estrangeira se aproximasse do piso, maior seria a probabilidade de um deslocamento para baixo da banda cambial; quanto mais a cotação se aproximasse do teto, maior seria a probabilidade de que a banda se deslocasse para cima.

Os resultados obtidos pelo presente estudo estão resumidos nas tabelas 1 a 4. Os valores das correlações entre as assimetrias das distribuições e a taxa de câmbio à vista se mostraram sempre baixos e positivos. Com base nesses resultados, a hipótese de que os agentes de mercado acreditam na existência de bandas cambiais implícitas pode ser *rejeitada*, tal como em CAMPA, CHANG e REIDER (1997), já que essa hipótese implicaria na ocorrência de correlações negativas. Observe-se ainda que as assimetrias calculadas foram sempre positivas. Esse tipo de comportamento também contraria a existência de bandas cambiais (implícitas ou explícitas), já que, nesse caso, a existência do limite imposto pelo teto da banda deveria induzir a ocorrência de assimetrias negativas sempre que houvesse um aumento significativo da taxa de câmbio no mercado à vista (refletindo as expectativas de queda da taxa).

A ocorrência de assimetrias sistematicamente positivas torna igualmente improvável a hipótese de que a taxa de câmbio siga uma trajetória do tipo *passeio aleatório*. Esse tipo de trajetória geraria assimetrias próximas de zero para as distribuições, e seria de se esperar que os valores encontrados exibissem uma certa alternância entre pequenos valores positivos e negativos, com valor médio próximo de zero.

Este trabalho propõe ainda um teste alternativo ao realizado por CAMPA, CHANG e REIDER (1997): o cálculo das correlações entre as *variações* (absolutas e relativas) da taxa de câmbio e as assimetrias das distribuições. Testaram-se as variações ocorridas ao longo de três diferentes períodos de tempo: 1, 5 e 15 dias úteis. Foram calculadas tanto variações absolutas (diferença entre taxas) quanto percentuais (razão entre a diferença de

taxas e a taxa inicial); os resultados obtidos foram praticamente idênticos, para as duas formas de cálculo da variação. Cada um dos três grupos de variações da taxa de câmbio foi correlacionado com as assimetrias das distribuições (considerados os dois horizontes de prazo até o vencimento a que elas se referiam - 10 e 20 dias úteis).

Os resultados do teste alternativo apresentaram comportamento parecido com aquele observado no teste das correlações entre as assimetrias e a taxa de câmbio à vista. No caso da variação de um dia útil, o valor encontrado para a correlação entre as assimetrias das distribuições e as variações da taxa foi praticamente o mesmo, para o caso das opções com vencimento em 20 dias úteis ( 0,06 , contra 0,07 no teste com a taxa *spot*). Já para o vencimento em 10 dias úteis, a correlação encontrada foi bem maior (0,47 contra 0,26). A variação em 5 dias úteis (uma semana) mostrou uma correlação significativamente maior em ambos os casos (0,4 para os vencimentos em 10 dias úteis, e 0,49 para os vencimentos em 20 dias úteis). A variação da taxa em 15 dias úteis apresentou uma correlação ligeiramente inferior, no caso do vencimento das opções em 10 dias úteis: 0,2. No entanto, a correlação foi de 0,28 para o caso do vencimento em 20 dias úteis, também significativamente maior que a correlação entre as assimetrias e a taxa *spot*.

Uma possível explicação para essas correlações um pouco maiores é a de que os agentes de mercado consideram que a *variação* ocorrida na taxa de câmbio *spot*, no passado recente, é um melhor sinalizador do comportamento futuro da taxa do que o seu valor absoluto.

## Vencimento de 01-06-1999

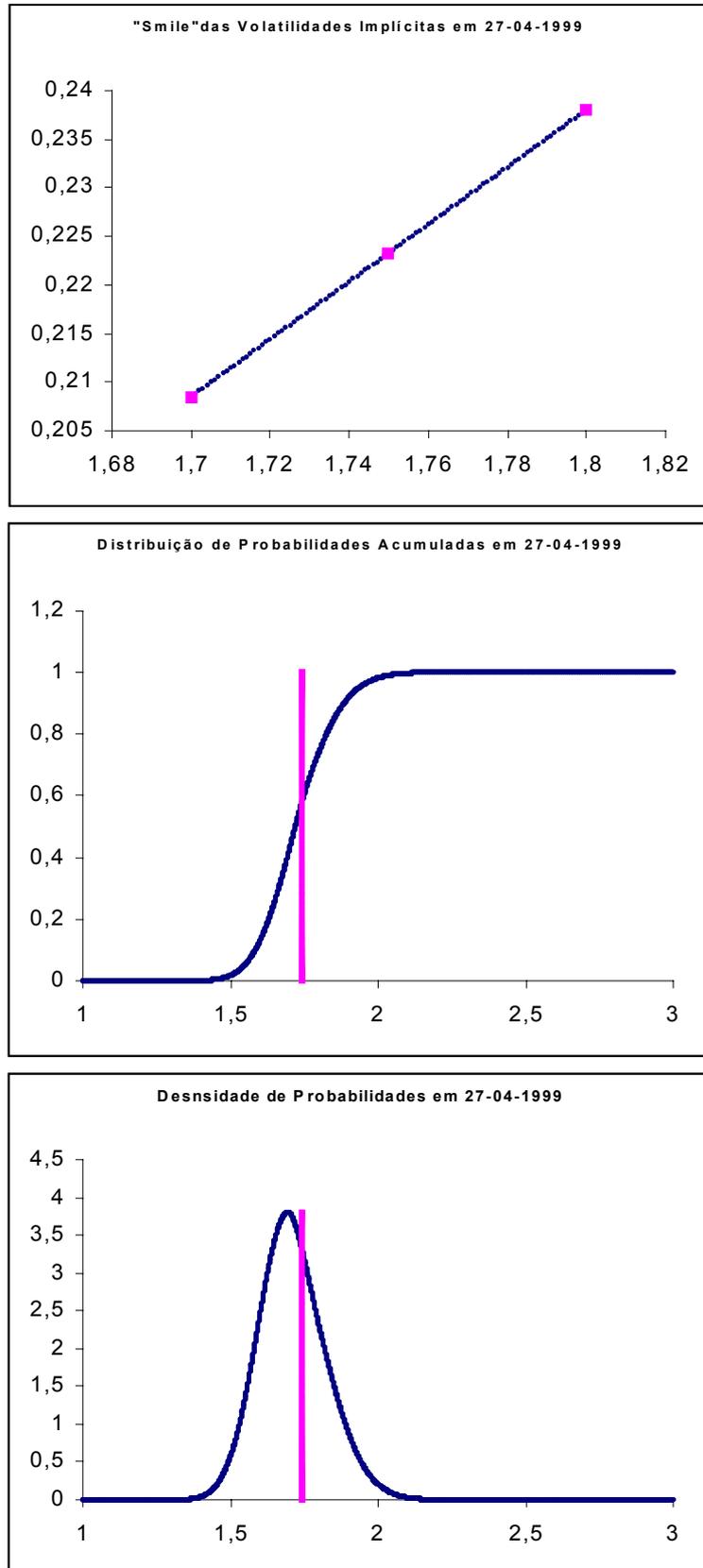


Figura 5

## Vencimento de 01-10-1999

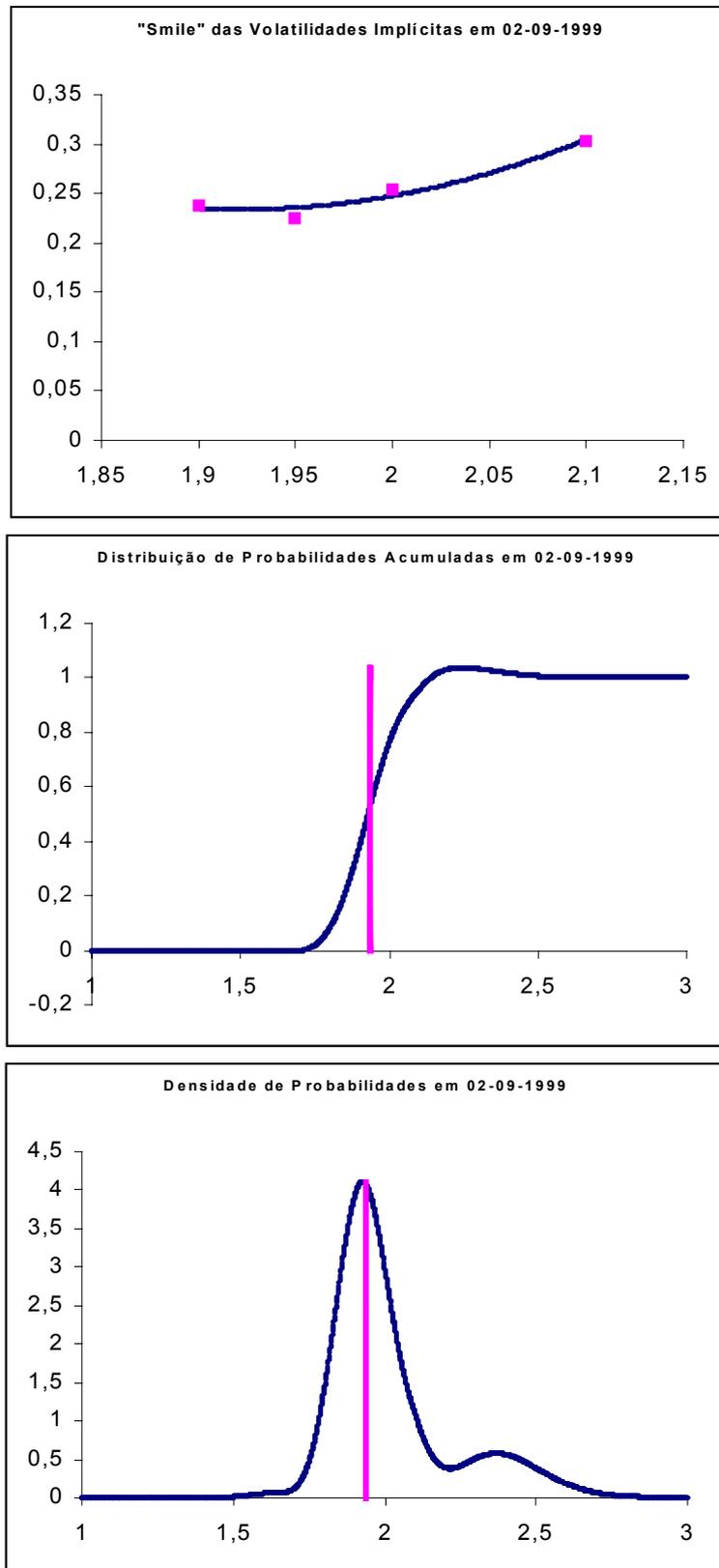


Figura 6

## Vencimento de 01-02-2000

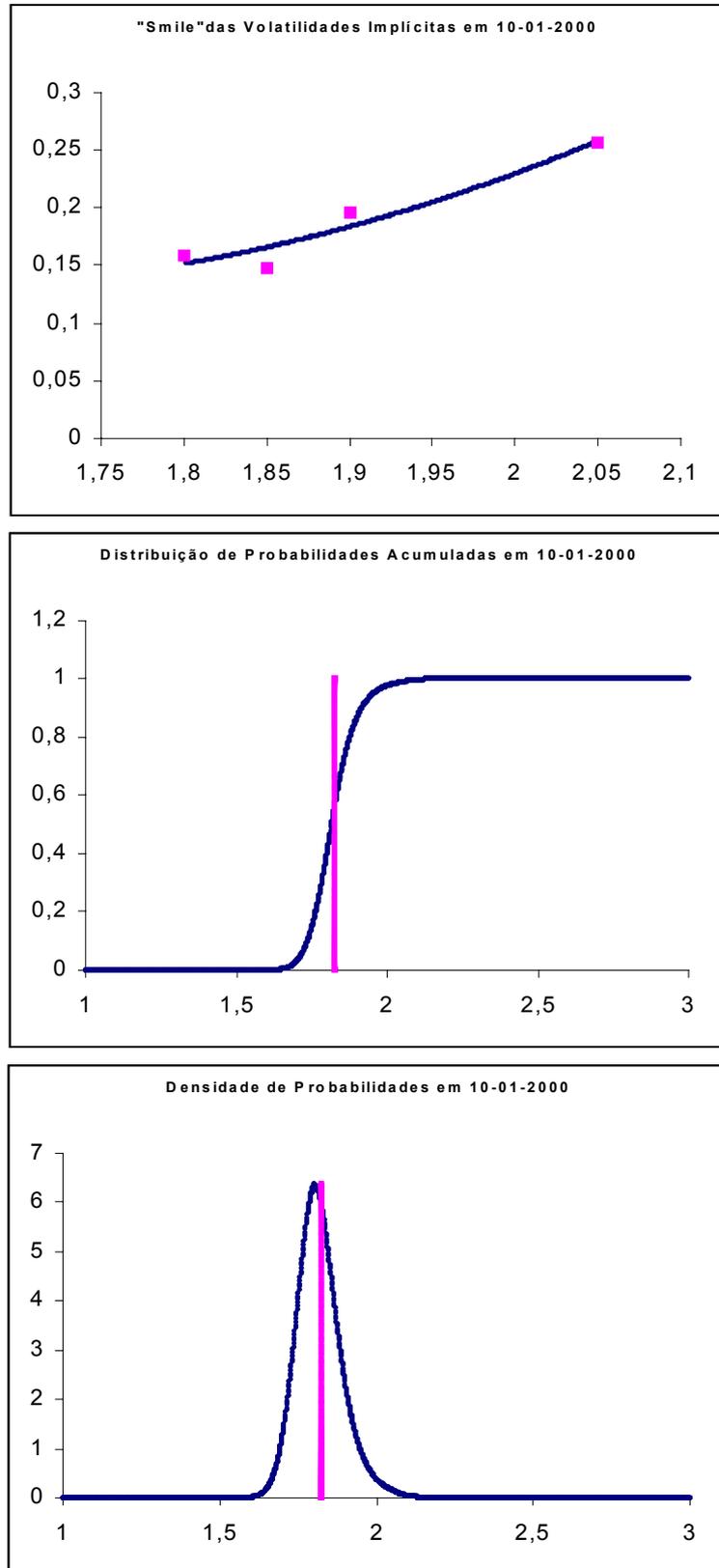


Figura 7

## Vencimento de 03-07-2000

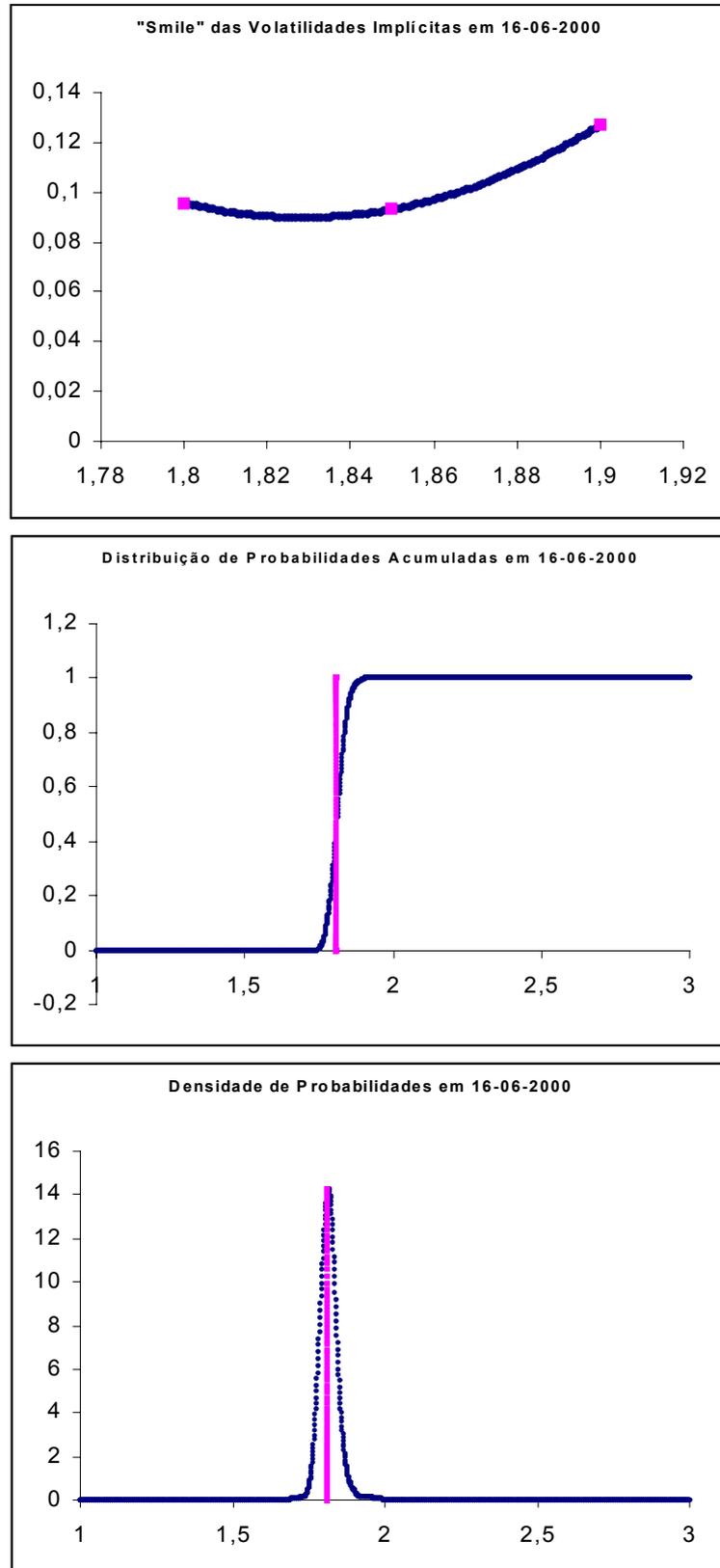


Figura 8

**Tabela 1**  
**Correlações: Taxa de Câmbio/Assimetria**

<b>Vencimentos em 10 Dias Úteis</b>		
<b>Data</b>	<b>Spot</b>	<b>Assimetria</b>
16/04/1999	1,67	0,566176843
18/05/1999	1,6659	0,524344597
17/06/1999	1,7605	0,15196974
19/07/1999	1,7929	0,632242921
18/08/1999	1,8927	1,314341715
17/09/1999	1,8861	1,51840813
18/10/1999	1,9829	0,84092417
17/11/1999	1,9327	1,10570311
17/12/1999	1,8178	0,651590536
17/01/2000	1,7957	1,420704863
16/02/2000	1,7732	1,752046465
20/03/2000	1,7388	0,701741678
14/04/2000	1,7833	1,983730775
18/05/2000	1,8305	0,729586113
16/06/2000	1,8073	0,80293388
18/07/2000	1,797	0,565504302
17/08/2000(11d)	1,8096	0,03537617
20/09/2000(8d)	1,8546	0,876979919
<b>Correlação:</b>	<b>0,255975006</b>	

<b>Vencimentos em 20 Dias Úteis</b>		
<b>Data</b>	<b>Spot</b>	<b>Assimetria</b>
31/03/1999	1,722	0,171931074
04/05/1999	1,6734	1,142003161
02/06/1999	1,7542	1,093131367
05/07/1999	1,7663	0,873468076
04/08/1999	1,8217	2,040828984
02/09/1999	1,9244	1,643304091
01/10/1999	1,9565	1,194472985
03/11/1999(19d)	1,9414	0,532227373
06/12/1999(19d)	1,8669	1,276075324
03/01/2000	1,8011	1,663752179
02/02/2000	1,79	0,696829539
02/03/2000	1,76	1,086836871
31/03/2000	1,7473	1,726983797
04/05/2000	1,8144	1,058490481
02/06/2000	1,8104	0,338108925
04/07/2000	1,8121	0,90994125
04/08/2000	1,7919	1,885300135
04/09/2000	1,8255	0,466155299
<b>Correlação:</b>	<b>0,070342306</b>	

**Tabela 2**  
**Correlações: Variação da Taxa (1dia)/Assimetria**

Vencimentos em 10 Dias Úteis			
Data	Variação 1d	Variação 1d	Assimetria
16/04/1999	0,0012	0,00071908	0,566176843
18/05/1999	-0,0011	-0,000659868	0,524344597
17/06/1999	-0,007	-0,003960396	0,15196974
19/07/1999	-0,0178	-0,009830452	0,632242921
18/08/1999	0,0107	0,005685441	1,314341715
17/09/1999	0,0067	0,003564968	1,51840813
18/10/1999	0,0035	0,001768213	0,84092417
17/11/1999	-0,0004	-0,000206922	1,10570311
17/12/1999	-0,0229	-0,012440919	0,651590536
17/01/2000	-0,004	-0,002222593	1,420704863
16/02/2000	-0,0032	-0,001801396	1,752046465
20/03/2000	-0,0019	-0,001091515	0,701741678
14/04/2000	0,02	0,011342369	1,983730775
18/05/2000	0,0013	0,000710693	0,729586113
16/06/2000	-0,0006	-0,000331877	0,80293388
18/07/2000	-0,0009	-0,000500584	0,565504302
17/08/2000(11d)	0,0026	0,001438849	0,03537617
20/09/2000(8d)	0,0008	0,000431546	0,876979919
<b>Correlação:</b>	<b>0,468482034</b>	<b>0,47264757</b>	

Vencimentos em 20 Dias Úteis			
Data	Variação 1d	Variação% 1d	Assimetria
31/03/1999	-0,0114	-0,00657667	0,171931074
04/05/1999	-1E-04	-5,9755E-05	1,142003161
02/06/1999	0,0206	0,011882787	1,093131367
05/07/1999	-0,0043	-0,002428555	0,873468076
04/08/1999	-0,0061	-0,003337345	2,040828984
02/09/1999	0,0027	0,001405006	1,643304091
01/10/1999	0,0342	0,017791188	1,194472985
03/11/1999(19d)	-0,0017	-0,000874891	0,532227373
06/12/1999(19d)	-0,0105	-0,005592841	1,276075324
03/01/2000	0,0121	0,006763555	1,663752179
02/02/2000	-0,0032	-0,001784519	0,696829539
02/03/2000	-0,0078	-0,004412264	1,086836871
31/03/2000	-0,0049	-0,002796484	1,726983797
04/05/2000	-0,0018	-0,00099108	1,058490481
02/06/2000	-0,0098	-0,005384024	0,338108925
04/07/2000	0,0041	0,002267699	0,90994125
04/08/2000	-0,016	-0,008850047	1,885300135
04/09/2000	0,0037	0,002030958	0,466155299
<b>Correlação:</b>	<b>0,057811153</b>	<b>0,060756042</b>	

**Tabela 3**  
**Correlações: Variação da Taxa (5d)/Assimetria**

Vencimentos em 10 Dias Úteis			
Data	Variação 5d	Variação% 5d	Assimetria
16/04/1999	-0,039	-0,022820363	0,566176843
18/05/1999	0,0191	0,011598251	0,524344597
17/06/1999	0,0008	0,000454623	0,15196974
19/07/1999	0,0018	0,001004969	0,632242921
18/08/1999	0,0297	0,015942029	1,314341715
17/09/1999	0,024	0,012888674	1,51840813
18/10/1999	0,0399	0,020535255	0,84092417
17/11/1999	0,0086	0,004469622	1,10570311
17/12/1999	-0,049	-0,026248125	0,651590536
17/01/2000	-0,0204	-0,011232862	1,420704863
16/02/2000	0,01	0,005671506	1,752046465
20/03/2000	-0,0114	-0,006513541	0,701741678
14/04/2000	0,0394	0,022593039	1,983730775
18/05/2000	0,0136	0,007485277	0,729586113
16/06/2000	0,0074	0,004111134	0,80293388
18/07/2000	-0,007	-0,003880266	0,565504302
17/08/2000(11d)	0,0026	0,001438849	0,03537617
20/09/2000(8d)	0,0008	0,000431546	0,876979919
<b>Correlação:</b>	<b>0,394355277</b>	<b>0,399420411</b>	

Vencimentos em 20 Dias Úteis			
Data	Variação 5d	Variação% 5d	Assimetria
31/03/1999	-0,1208	-0,06555242	0,171931074
04/05/1999	-0,0335	-0,019626223	1,142003161
02/06/1999	0,0356	0,020714535	1,093131367
05/07/1999	-0,0237	-0,013240223	0,873468076
04/08/1999	0,0302	0,016857382	2,040828984
02/09/1999	-0,0067	-0,003469525	1,643304091
01/10/1999	0,0421	0,021991224	1,194472985
03/11/1999(19d)	-0,0363	-0,018354654	0,532227373
06/12/1999(19d)	-0,0631	-0,032694301	1,276075324
03/01/2000	-0,0256	-0,014014343	1,663752179
02/02/2000	0,0248	0,0140494	0,696829539
02/03/2000	-0,0179	-0,010068058	1,086836871
31/03/2000	0,0231	0,013397518	1,726983797
04/05/2000	0,0159	0,008840701	1,058490481
02/06/2000	-0,0351	-0,019019236	0,338108925
04/07/2000	-0,0114	-0,006251714	0,90994125
04/08/2000	0,0091	0,00510433	1,885300135
04/09/2000	-0,0022	-0,001203699	0,466155299
<b>Correlação:</b>	<b>0,49213993</b>	<b>0,492665034</b>	

**Tabela 4**  
**Correlações: Variação da Taxa (15d)/Assimetria**

Vencimentos em 10 Dias Úteis			
Data	Variação 15d	Variação%15d	Assimetria
16/04/1999	-0,1728	-0,093770349	0,566176843
18/05/1999	-0,041	-0,024020153	0,524344597
17/06/1999	0,0419	0,02438031	0,15196974
19/07/1999	0,0029	0,001620112	0,632242921
18/08/1999	0,1012	0,056488976	1,314341715
17/09/1999	-0,045	-0,023302781	1,51840813
18/10/1999	0,0685	0,035781446	0,84092417
17/11/1999	-0,045	-0,022753704	1,10570311
17/12/1999	-0,1122	-0,058134715	0,651590536
17/01/2000	-0,031	-0,016970493	1,420704863
16/02/2000	0,008	0,004532064	1,752046465
20/03/2000	-0,0391	-0,021992238	0,701741678
14/04/2000	0,0591	0,034276766	1,983730775
18/05/2000	0,032	0,017792605	0,729586113
16/06/2000	-0,0382	-0,020698998	0,80293388
18/07/2000	-0,0265	-0,014532492	0,565504302
17/08/2000(11d)	0,0268	0,015032533	0,03537617
20/09/2000(8d)	0,0269	0,014717952	0,876979919
<b>Correlação:</b>	<b>0,196675747</b>	<b>0,204777887</b>	

Vencimentos em 20 Dias Úteis			
Data	Variação 15d	Variação%15d	Assimetria
31/03/1999	-0,1411	-0,075733992	0,171931074
04/05/1999	0,0014	0,000837321	1,142003161
02/06/1999	0,0928	0,055856507	1,093131367
05/07/1999	-0,012	-0,006748018	0,873468076
04/08/1999	0,0108	0,005963885	2,040828984
02/09/1999	0,0614	0,032957595	1,643304091
01/10/1999	0,0944	0,050695451	1,194472985
03/11/1999(19d)	-0,0136	-0,006956522	0,532227373
06/12/1999(19d)	-0,0619	-0,032092493	1,276075324
03/01/2000	-0,0553	-0,029788839	1,663752179
02/02/2000	-0,0261	-0,014371455	0,696829539
02/03/2000	-0,0095	-0,005368748	1,086836871
31/03/2000	0,013	0,00749582	1,726983797
04/05/2000	0,0673	0,038520978	1,058490481
02/06/2000	-0,0162	-0,008868937	0,338108925
04/07/2000	0,0081	0,004490022	0,90994125
04/08/2000	-0,0187	-0,010328068	1,885300135
04/09/2000	0,0234	0,012984851	0,466155299
<b>Correlação:</b>	<b>0,283482947</b>	<b>0,277188191</b>	

## 5. Conclusões

Este trabalho procurou investigar o comportamento das distribuições de probabilidades neutras a risco, ou medidas martingais equivalentes, implícitas nos preços de opções de compra de dólar comercial, negociadas na Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&F), entre abril de 1999 a setembro de 2000. O método utilizado foi desenvolvido por SHIMKO (1993), como uma forma de implementar os resultados fundamentais de BLACK e SCHOLES (1973), MERTON (1973), COX e ROSS (1976) e BREEDEN e LITZENBERGER (1978).

Duas séries de dezoito distribuições foram obtidas, a partir de volatilidades implícitas em opções, com prazos até o vencimento de 10 e 20 dias úteis. Com base nestas distribuições, foram calculadas duas séries de momentos característicos das distribuições implícitas (médias, variâncias, assimetrias e curtoses).

Cada série estimada de assimetrias foi comparada com a série observada de cotações do dólar no mercado à vista, por meio do cálculo das correlações entre as séries, como sugerem CAMPA, CHANG e REIDER (1997). Caso as correlações obtidas fossem negativas, poder-se-ia inferir que os agentes do mercado brasileiro acreditam na existência de uma banda cambial *implícita*. As correlações negativas indicariam que as expectativas se voltam para uma queda no preço do dólar, quando ele se aproxima do teto da banda, e para uma alta, quando ele se aproxima do piso.

Os valores encontrados por este trabalho mostram que, para o caso brasileiro, durante o período observado, a hipótese de banda implícita pode ser *rejeitada*, pois as correlações encontradas foram sempre positivas, apesar de nem sempre significativas. Outra evidência contrária é o fato de que as assimetrias encontradas foram *sempre positivas*.

CAMPA, CHANG e REIDER (1997) analisam ainda uma hipótese alternativa: a crença, por parte dos agentes, numa trajetória aleatória para o preço da moeda estrangeira (no caso deste estudo, o dólar americano). Tal hipótese se refletiria na ocorrência de assimetrias das distribuições e de correlações entre as séries próximas de zero.

Dado que a ocorrência de uma trajetória do tipo *passeio aleatório*, para preço do dólar

comercial, tenderia a gerar assimetrias nulas para as distribuições, os valores encontrados deveriam apresentar uma certa alternância entre pequenos valores, positivos e negativos, com valor médio próximo de zero. No entanto, as assimetrias calculadas se mostraram sistematicamente positivas, e bem maiores do que zero. Esse comportamento reflete a presença quase permanente de "*skews*", positivamente inclinados, nas volatilidades implícitas nos preços das opções.

CAMPA, CHANG e REIDER (1997) também encontraram correlações significativamente positivas, para todos os cinco pares de moedas que pesquisaram. A explicação que sugerem para este resultado é a da existência de um comportamento "extrapolativo", por parte dos agentes de mercado. Este comportamento os levaria a acreditar que a probabilidade de alta de uma moeda que considerem valorizada é maior que a probabilidade de queda, e vice-versa. Outra explicação seria a convicção, por parte dos agentes, de que exista uma banda cambial com risco endógeno de realinhamento - quando a cotação da moeda estrangeira se aproxima do piso da banda, a probabilidade de que ela seja realinhada para baixo se torna maior, e o inverso acontece quando a cotação se aproxima do teto.

Analisados em conjunto, os resultados obtidos neste trabalho não permitem que se assumam a hipótese do *comportamento extrapolativo* para o caso brasileiro, pois, apesar de positivas, as correlações encontradas não foram significativas. Uma hipótese plausível é a de que os agentes do mercado brasileiro acreditam, de forma um tanto sistemática, na valorização do dólar frente ao real, independentemente da sua cotação atual ou dos movimentos recentes da taxa de câmbio. Isso explicaria tanto as baixas correlações quanto a ocorrência de assimetrias sempre positivas, nas distribuições de probabilidade neutras a risco implícitas da taxa de câmbio real/dólar.

Além das correlações entre as cotações da taxa de câmbio real/dólar, no mercado à vista, e as assimetrias das distribuições implícitas, foram calculadas também as correlações entre as assimetrias e *variações* das taxas de câmbio. Apesar de ainda pouco significativos, esses valores indicam uma maior correlação entre a *variação* da taxa e a assimetria das distribuições. Os agentes do mercado brasileiro parecem acreditar que o comportamento futuro da taxa de câmbio pode ser melhor inferido com base na maneira como ela variou no passado recente.

Outra observação importante deve ser feita, com respeito à análise baseada nas assimetrias das distribuições. Elas são distribuições *neutras a risco*, ou seja, não se referem, necessariamente, à *chance* que os agentes de mercado atribuem à ocorrência futura de uma determinada taxa; podem refletir também um *maior valor* atribuído pelo mercado a essa ocorrência futura. Por exemplo: o mercado pode estar disposto a pagar um prêmio relativamente maior por um seguro contra a subida da taxa de câmbio (opção de compra), comparado ao prêmio que esteja disposto a pagar contra uma queda da taxa (opção de venda) igualmente provável. Somente mediante a consideração de hipóteses muito restritivas é possível distinguir estes dois efeitos.

GALATI e MELICK (1999) apresentam um exemplo ilustrativo desta questão. Supondo-se que ocorra um aumento do preço de mercado dos seguros contra incêndio, duas explicações alternativas podem ser dadas: a primeira delas é a de que o mercado passou a acreditar mais na possibilidade da ocorrência de incêndios; a outra é a de que os agentes de mercado passaram a atribuir um maior valor aos prejuízos eventuais que os incêndios possam causar (porque talvez tenha aumentado a parcela média da renda que cada cidadão invista em sua residência).

Levando-se em conta que as distribuições neutras a risco combinam probabilidades subjetivas ("chance") e aversão a risco, a que podemos atribuir uma variação na assimetria da distribuição neutra a risco da taxa de câmbio do dólar comercial: a uma mudança das expectativas de alta ou de queda da taxa, ou a uma maior necessidade dos agentes de se garantirem contra uma eventual variação da taxa (por exemplo, um aumento na exposição ao risco cambial, por parte de importadores)? Mais especificamente: é possível assegurar que as assimetrias da distribuição neutra a risco e da distribuição subjetiva ("verdadeira") variem da mesma maneira, ou na mesma proporção?

Não necessariamente. Esta questão vem sendo tratada nos diversos estudos sobre o assunto, realizados até hoje. Uma linha de argumentação que aparece com frequência, quando se analisam mudanças em distribuições neutras a risco ao longo do tempo, é a seguinte: dado que a probabilidade neutra a risco pode ser expressa como o produto da

probabilidade subjetiva por um fator de ajustamento da aversão a risco<sup>15</sup>, é de se esperar que, num curto espaço de tempo, as preferências e o grau de aversão a risco do *investidor representativo* do consenso do mercado não se modifiquem (a menos que haja ocorrido um evento político ou macro-econômico relevante, como crise cambial, eleição, etc.); neste caso, variações da distribuição neutra a risco refletiriam apenas variações das probabilidades subjetivas, ou "verdadeiras" (para eventos como a crise cambial brasileira de janeiro de 1999, por exemplo, tal suposição não poderia ser feita).

Este trabalho procurou apresentar uma aplicação simples de uma das diversas técnicas existentes de derivação de distribuições neutras a risco, implícitas nos preços de opções. Uma aplicação interessante da técnica seria a análise do impacto de diversos fatores políticos e/ou econômicos relevantes sobre as expectativas refletidas nos preços de opções negociadas nos mercados brasileiros.

Igualmente relevante seria a realização de uma análise comparativa entre as diferentes técnicas disponíveis, aplicadas a diferentes mercados de opções. Seria necessária também uma investigação mais profunda a respeito das limitações impostas à aplicação das diferentes técnicas pela pouca liquidez verificada nos mercados brasileiros de opções, especialmente no que se refere às opções sobre taxas de juros. A derivação das distribuições neutras a risco implícitas nestas opções seria extremamente relevante, tanto sob a ótica dos investidores quanto dos gestores de política econômica.

---

<sup>15</sup> Ver JACKWERTH (2000), JACKWERTH e RUBINSTEIN (2001) e AÏT-SAHALIA e LO (2000)

## Referências Bibliográficas

- AÏT-SAHALIA, Yacine; LO, Andrew W. *Nonparametric Risk Management and Implied Risk Aversion*. **Journal of Econometrics**. v.94, p.9-51 2000
- ARROW, Kenneth J. *The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-bearing*. **Review of Economic Studies**. v.31, p.91-96, April 1964
- BAHRA, Bhupinder *Implied Risk-Neutral Probability Density Functions From Options Prices: Theory and Application*. **Bank of England Working Paper Series n.66** www.bankofengland.co.uk/workingpapers/wp66.pdf July, 1997
- BATES, David S. *The Crash Of '87: Was It Expected? The Evidence from Options Markets*. **The Journal of Finance**. v.46, n.3, p.1009-1044 July 1991.
- BLACK, Fischer; *The Pricing of Commodity Contracts*. **Journal of Financial Economics** v.3, p.167-179, March 1976.
- BLACK, Fischer; SCHOLLES, Myron. *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. **Journal of Political Economy**. v.81, n.3, p.637-54, May-June 1973
- BREEDEN, Douglas T.; LITZENBERGER, Robert H. *Prices of State-contingent Claims Implicit in Options Prices*. **Journal of Business**. v.51, n.4, p.621-51, 1978
- CAMPA, José M.; CHANG, P. H. Kevin; REFALO, James F. *An Options Based Analysis of Emerging Market Exchange Rate Expectations: Brazil's Real Plan, 1994-1997* **Workshop on Estimating and Interpreting Probability Density Functions**. 14 June 1999, Bank of International Settlements. www.bis.org/publ/index.htm
- CAMPA, José M.; CHANG, P. H. Kevin; REIDER, Robert L. *Implied Exchange Rate Distributions: Evidence from OTC Option Markets* **NBER Working Paper Series n. 6179** September 1997. www.nber.org/papers/w6179
- CASTRO, Paulo Castor de **Análise das Probabilidades Neutras a Risco da Taxa de Câmbio do Dólar Comercial, Implícitas nos Preços das Opções de Compra Negociadas na BM&F**. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: COPPEAD/UFRJ. Dezembro, 2000.
- CHANG, P. H. Kevin; MELICK, William R. *Background Note* **Workshop on Estimating and Interpreting Probability Density Functions**. 14 June 1999, Bank of International Settlements. www.bis.org/publ/index.htm
- COX, John C.; ROSS, Stephen A. *The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes*. **Journal of Financial Economics**. v.3, p.145-66, March 1976
- DEBREU, Gerard **Theory of Value**. Cowles Foundation Monograph n. 17. EUA: John Wiley & Sons, 1959. 104 p.
- GALATI, Gabriele; MELICK, William R. *Perceived Central Bank Intervention and Market Expectations: An Empirical Study of the Yen/Dollar Exchange Rate, 1993-96* **BIS Working Paper n. 77**. October, 1999 www.bis.org/publ/index.htm
- GARMAN, M. B.; KOHLHAGEN, S. B. *Foreign Currency Option Values* **Journal of International Money and Finance**. v.2, n., p.231-37, 1983.
- HARRISON, J. Michael; KREPS, David M. *Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets* **Journal of Economic Theory**. v.20, n., p.381-408, 1979.
- HULL, John C. **Options, Futures and Other Derivatives**. 3. Ed. EUA: Prentice-Hall,1997. 572 p.

- JACKWERTH, Jens C. *Option-Implied Risk-Neutral Distributions and Implied Binomial Trees: A Literature Review* **The Journal of Derivatives**. v.7, n.2, p.66-82, Winter 1999.
- JACKWERTH, Jens C. *Recovering Risk Aversion from Option Prices and Realized Returns* **The Review of Financial Studies**. v.13, n.2, p.433-51 Summer 2000.
- JACKWERTH, Jens C.; RUBINSTEIN, Mark *Recovering Probability Distributions from Contemporaneous Security Prices* **The Journal of Finance**. v.51, n.5, p.1611-31, December 1996.
- JACKWERTH, Jens C.; RUBINSTEIN, Mark *Recovering Probabilities and Risk Aversion from Option Prices and Realized Returns* **Essays in Honour of Fisher Black**. A publicar pela Oxford Press, 2001.
- LEMGRUBER, Eduardo F. **Avaliação de Contratos de Opções**. Edição Revisada e Ampliada São Paulo: BM&F., 1995 62p.
- MALZ, Allan M. *Estimating the Probability Distribution of the Future Exchange Rate from Option Prices* **The Journal of Derivatives**. v.5, n.2, p.18-36, Winter 1997.
- McCAULEY, Robert N.; MELICK, William R. *Risk Reversal* **Risk**. v.9, n.11, p.54-57, November 1996
- MERTON, Robert C. *Theory of Rational Option Pricing* **Bell Journal of Economics and Management Science**. v.4, p.141-183, Spring 1973.
- NEFTCI, Salih N. **An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives**. EUA: Academic Press, 1996. 352 p.
- ROSS, Stephen A. *Options and Efficiency*. **Quarterly Journal of Economics**. v.90, p.75-89, February 1976
- RUBINSTEIN, Mark *Implied Binomial Trees* **The Journal of Finance**. v.49, n.3, p.771-818, July 1994
- SHIMKO, David *Bounds of Probability*. **Risk**. v.6, n.4, p.33-37, April 1993
- SÖDERLIND, Paul; SVENSSON, Lars E. O. *New Techniques to Extract Market Expectations from Financial Instruments*. **NBER Working Paper Series n. 5877**. January 1997  
www.nber.org/papers/w5877
- SUNDARAN, Rangarajan K. *Equivalent Martingale Measures and Risk-Neutral Pricing: An Expository Note* **The Journal of Derivatives**. v.5, n.1, p.85-98, Fall 1997

**Working Paper Series**  
**Banco Central do Brasil**

1	Implementing Inflation Targeting in Brazil	Joel Bogdanski, Alexandre Antonio Tombini, and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang	07/2000
2	Política Monetária e Supervisão do Sistema Financeiro Nacional no Banco Central do Brasil	Eduardo Lundberg	07/2000
	Monetary Policy and Banking Supervision Functions on the Central Bank	Eduardo Lundberg	07/2000
3	Private Sector Participation: A Theoretical Justification of the Brazilian Position	Sérgio Ribeiro da Costa Werlang	07/2000
4	An Information Theory Approach to the Aggregation of Log-Linear Models	Pedro H. Albuquerque	07/2000
5	The Pass-through from Depreciation to Inflation: A Panel Study	Ilan Goldfajn and Sérgio Ribeiro da Costa Werlang	07/2000
6	Optimal Interest Rate Rules in Inflation Targeting Frameworks	José Alvaro Rodrigues Neto, Fabio Araújo and Marta Baltar J. Moreira	07/2000
7	Leading Indicators of Inflation for Brazil	Marcelle Chauvet	09/2000
8	The Correlation Matrix of the Brazilian Central Bank's Standard Model for Interest Rate Market Risk	José Alvaro Rodrigues Neto	09/2000
9	Estimating Exchange Market Pressure and Intervention Activity	Emanuel-Werner Kohlscheen	11/2000
10	Análise do Financiamento Externo a Uma Pequena Economia	Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior	03/2001
11	A Note on the Efficient Estimation of Inflation in Brazil	Michael F. Bryan and Stephen G. Cecchetti	03/2001
12	A Test of Competition in Brazilian Banking	Márcio I. Nakane	03/2001
13	Modelos de Previsão de Insolvência Bancária no Brasil	Marcio Magalhães Janot	03/2001
14	Evaluating Core Inflation Measures for Brazil	Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo	03/2001
15	Is It Worth Tracking Dollar/Real Implied Volatility?	Sandro Canesso de Andrade and Benjamin Miranda Tabak	03/2001
16	Avaliação das Projeções do Modelo Estrutural do Banco Central do Brasil Para a Taxa de Variação do IPCA	Sergio Afonso Lago Alves	03/2001
	Evaluation of the Central Bank of Brazil Structural Model's Inflation Forecasts in an Inflation Targeting Framework	Sergio Afonso Lago Alves	07/2001
17	Estimando o Produto Potencial Brasileiro: Uma Abordagem de Função de Produção	Tito Nicias Teixeira da Silva Filho	04/2001
18	A Simple Model for Inflation Targeting in Brazil	Paulo Springer de Freitas and Marcelo Kfoury Muinhos	04/2001
19	Uncovered Interest Parity with Fundamentals: A Brazilian Exchange Rate Forecast Model	Marcelo Kfoury Muinhos, Paulo Springer de Freitas and Fabio Araujo	05/2001
20	Credit Channel without the LM Curve	Victorio Y. T. Chu and Márcio I. Nakane	05/2001
21	Os Impactos Econômicos da CPMF: Teoria e Evidência	Pedro H. Albuquerque	06/2001
22	Decentralized Portfolio Management	Paulo Coutinho and Benjamin Miranda Tabak	06/2001

23	Os Efeitos da CPMF sobre a Intermediação Financeira	Sérgio Mikio Koyama e Márcio I. Nakane	07/2001
24	Inflation Targeting in Brazil: Shocks, Backward-Looking Prices, and IMF Conditionality	Joel Bogdanski, Paulo Springer de Freitas, Ilan Goldfajn and Alexandre Antonio Tombini	08/2001
25	Inflation Targeting in Brazil: Reviewing Two Years of Monetary Policy 1999/00	Pedro Fachada	08/2001
26	Inflation Targeting in an Open Financially Integrated Emerging Economy: the case of Brazil	Marcelo Kfoury Muinhos	08/2001
27	Complementaridade e Fungibilidade dos Fluxos de Capitais Internacionais	Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo e Renato Galvão Flôres Júnior	09/2001
28	Regras Monetárias e Dinâmica Macroeconômica no Brasil: Uma Abordagem de Expectativas Racionais	Marco Antonio Bonomo e Ricardo D. Brito	11/2001
29	Using a Money Demand Model to Evaluate Monetary Policies in Brazil	Pedro H. Albuquerque and Solange Gouvea	11/2001
30	Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates	Benjamin Miranda Tabak and Sandro Canesso de Andrade	11/2001
31	Algumas Considerações Sobre a Sazonalidade no IPCA	Francisco Marcos R. Figueiredo e Roberta Blass Staub	11/2001
32	Crises Cambiais e Ataques Especulativos no Brasil	Mauro Costa Miranda	11/2001
33	Monetary Policy and Inflation in Brazil (1975-2000): a VAR Estimation	André Minella	11/2001
34	Constrained Discretion and Collective Action Problems: Reflections on the Resolution of International Financial Crises	Arminio Fraga and Daniel L. Gleizer	11/2001
35	Uma Definição Operacional de Estabilidade de Preços	Tito Nícias Teixeira da Silva Filho	12/2001
36	Can Emerging Markets Float? Should They Inflation Target?	Barry Eichengreen	02/2002
37	Monetary Policy in Brazil: Remarks on the Inflation Targeting Regime, Public Debt Management and Open Market Operations	Luiz Fernando Figueiredo, Pedro Fachada and Sérgio Goldenstein	03/2002
38	Volatilidade Implícita e Antecipação de Eventos de Stress: um Teste para o Mercado Brasileiro	Frederico Pechir Gomes	03/2002