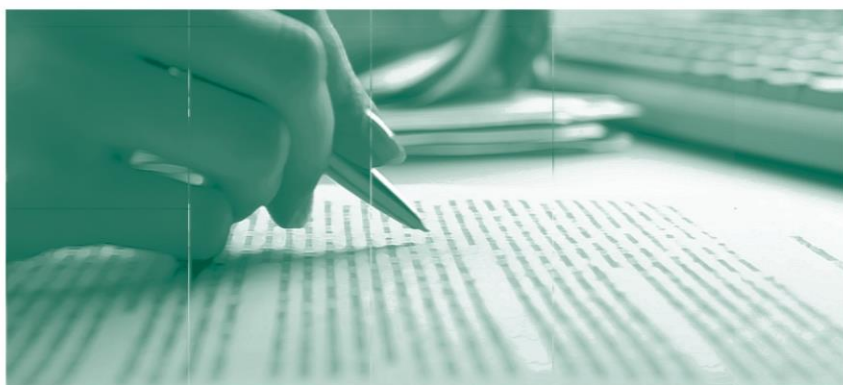


## Decompondo a Inflação Implícita

José Valentim Machado Vicente  
e Flávia Mourão Graminho

Agosto, 2014

# Trabalhos para Discussão



# 359

ISSN 1519-1028  
CGC 00.038.166/0001-05

Trabalhos para Discussão	Brasília	n° 359	agosto	2014	p. 1-30
--------------------------	----------	--------	--------	------	---------

# *Trabalhos para Discussão*

Editado pelo Departamento de Estudos e Pesquisas (Depep) – *E-mail*: workingpaper@bcb.gov.br

Editor: Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo – *E-mail*: francisco-marcos.figueiredo@bcb.gov.br

Assistente Editorial: Jane Sofia Moita – *E-mail*: jane.sofia@bcb.gov.br

Chefe do Depep: Eduardo José Araújo Lima – *E-mail*: eduardo.lima@bcb.gov.br

Todos os Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil são avaliados em processo de *double blind referee*.

Reprodução permitida somente se a fonte for citada como: Trabalhos para Discussão n° 359.

Autorizado por Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo, Diretor de Política Econômica.

## **Controle Geral de Publicações**

Banco Central do Brasil

Comun/Dipiv/Coivi

SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 14º andar

Caixa Postal 8.670

70074-900 Brasília – DF

Telefones: (61) 3414-3710 e 3414-3565

Fax: (61) 3414-1898

*E-mail*: editor@bcb.gov.br

As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem, necessariamente, a visão do Banco Central do Brasil.

Ainda que este artigo represente trabalho preliminar, citação da fonte é requerida mesmo quando reproduzido parcialmente.

*The views expressed in this work are those of the authors and do not necessarily reflect those of the Banco Central or its members.*

*Although these Working Papers often represent preliminary work, citation of source is required when used or reproduced.*

## **Divisão de Atendimento ao Cidadão**

Banco Central do Brasil

Deati/Diate

SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 2º subsolo

70074-900 Brasília – DF

DDG: 0800 9792345

Fax: (61) 3414-2553

Internet: <<http://www.bcb.gov.br/?FALECONOSCO>>

# Decompondo a Inflação Implícita\*

José Valentim Machado Vicente<sup>†</sup> Flávia Mourão Graminho<sup>‡</sup>

*Este Trabalho para Discussão não deve ser citado como representando as opiniões do Banco Central do Brasil. As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem, necessariamente, a visão do Banco Central do Brasil.*

## Resumo

A inflação implícita (diferença entre as taxas de juros nominal e real) é o principal indicador do nível futuro de preços. No entanto, a expectativa de inflação é apenas um dos seus componentes. Neste artigo nós apresentamos um modelo econômico simples a fim de decompor a inflação implícita nos seguintes fatores fundamentais: expectativa de inflação, termo de convexidade e prêmios de liquidez e de risco de inflação. Usando dados brasileiros de janeiro de 2006 a setembro de 2013, avaliamos cada um destes termos. As expectativas de inflação são lidas diretamente do Focus, uma pesquisa realizada pelo Banco Central do Brasil. Em nosso modelo, o termo de convexidade ou correção de Jensen é igual à variância da taxa de inflação. Reportamos um termo de convexidade muito pequeno, o que está em consonância com a literatura internacional sobre o assunto. Sua magnitude é de cerca de um ponto base, inferior ao *spread* de compra e venda dos títulos de renda fixa brasileiros. Embora haja uma diferença significativa entre os volumes de negociação de títulos nominais e reais, essa diferença de liquidez não é apreçada (prêmio de liquidez não é significativo). Este resultado, aparentemente contraditório, ocorre porque no Brasil títulos reais são geralmente mantidos até o vencimento. Por isso os investidores não exigem uma recompensa devido a exposição a incerteza de liquidez, o que por sua vez elimina a relevância deste prêmio. Finalmente, nós mostramos que o prêmio de risco de inflação é pequeno para horizontes curtos. Para horizontes longos este prêmio de risco é variável no tempo e relacionado com o consumo e a volatilidade do mercado de ações, em acordo com a teoria econômica.

**Palavras chaves:** Títulos reais e nominais, prêmio de risco de inflação, prêmio de risco de liquidez.

**Código JEL:** E31, E43, E44.

---

\*Os autores agradecem os comentários de Gustavo Silva Araújo, a ANBIMA pelo fornecimento de base de dados de taxas de títulos públicos e a Gustavo Abreu da Fonseca pelo fornecimento de dados de giro e estoque de títulos públicos.

<sup>†</sup>Banco Central do Brasil. E-mail: jose.valentim@bcb.gov.br.

<sup>‡</sup>Banco Central do Brasil. E-mail: flavia.graminho@bcb.gov.br.

# 1 Introdução

A hipótese de Fisher (1930) estabelece que a inflação implícita (diferença entre as taxas de juros nominal e real) é igual a expectativa da variação futura dos preços. Em outras palavras, observando as taxas de títulos de renda fixa nominais e reais negociados no mercado poderíamos, por simples diferença, calcular o valor esperado da inflação futura. No entanto, tal hipótese desconsidera a aversão ao risco dos agentes. Títulos reais constituem o ativo livre de risco da economia, uma vez que, por serem indexados a um índice de preços, oferecem proteção ao consumo. Já os títulos nominais possuem um valor monetário predefinido de resgate. Logo, estão sujeitos ao risco inflacionário, ou seja, a perda de poder de compra dos investidores. Portanto, para investir nesses ativos, os agentes exigem uma recompensa. Essa remuneração adicional é conhecida como o prêmio de risco da inflação.

No entanto, há algo mais a se considerar. Ainda que o risco inflacionário fosse não correlacionado com o fator estocástico de desconto da economia, não poderíamos ler diretamente da inflação implícita a expectativa de inflação futura por dois motivos. Primeiramente, devido a menor liquidez dos títulos indexados a inflação, investidores podem cobrar uma recompensa em função da dificuldade de sair de uma posição no mercado de ativos reais. Essa recompensa é conhecida como prêmio de liquidez. Em segundo lugar, a relação entre preços de títulos e taxas é dada por uma função convexa. Logo, ao tomar valores esperados dessa função, precisamos fazer uma correção devido a desigualdade de Jensen.<sup>1</sup> Isso implica no surgimento de mais um componente da inflação implícita, que é conhecido como viés de convexidade.

Portanto, diferentemente do que diz a hipótese de Fisher, a inflação implícita é composta pelos seguintes termos:

$$\text{Inflação Implícita} = \text{Taxa Nominal} - \text{Taxa Real} = \text{Expectativa de Inflação} + \text{Prêmio de Risco da Inflação} - \text{Prêmio de Liquidez} + \text{Convexidade}.$$

O objetivo deste artigo é analisar cada um dos termos do lado direito da equação anterior (equação de decomposição). Esses termos são denominados de componentes da inflação implícita. A tarefa não é simples pois embora a inflação implícita seja diretamente lida a partir de dados de preços de mercado, os seus componentes são não observáveis. Uma solução conhecida para contornar esse problema consiste em, via algum modelo fundamentado economicamente, estimar esses componentes. Neste trabalho nós usamos uma abordagem mais parcimoniosa e em certo sentido *model free*.<sup>2</sup> Isso facilita a implementação evitando erros e excesso de premissas pouco realistas muitas vezes inseridas na estimação/calibração de modelos complexos.

Os dados utilizados são referentes ao mercado de renda fixa brasileiro compreendendo o período entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. O Tesouro brasileiro oferece dois tipos

---

<sup>1</sup>A desigualdade de Jensen pode ser enunciada como: seja  $f$  uma função convexa e  $X$  é uma variável aleatória, então  $E[f(X)] > f(E[X])$ , onde  $E[\cdot]$  representa o valor esperado.

<sup>2</sup>O procedimento adotado aqui é bem semelhante ao empregado por Gürkaynak, Sack e Wright (2010), Sörderlind (2011), Pflueger e Viceira (2013) e Grishchenko e Huang (2013).

de títulos nominais: as Letras do Tesouro Nacional (LTN), que são títulos sem cupons, e as Notas do Tesouro Nacional série F (NTN-F) que pagam cupons semestrais. Esses dois títulos foram usados para obtenção das taxas nominais. O Tesouro brasileiro emite também títulos indexados ao Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), as chamadas Notas do Tesouro Nacional série B (NTN-B). O IPCA é o principal índice de preços da economia brasileira, âncora do sistema de metas de inflação do Banco Central do Brasil. A partir das NTN's-B extraímos as taxas de juros reais. Nós trabalhamos com os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, sendo as taxas nominais e reais interpoladas via o modelo paramétrico de Svensson (1994).

Em agosto de 2013 o montante da dívida pública brasileira lastreada em títulos nominais somava R\$ 748 bilhões e em títulos indexados a índices de preços contabilizava R\$ 606 bilhões. Atualmente o mercado brasileiro de títulos atrelados a inflação é o quinto maior do mundo.<sup>3</sup> As NTN's-B possuem uma defasagem de indexação pequena (apenas 15 dias).<sup>4</sup> Os TIPS americanos e os Gilts ingleses apresentam defasagem de indexação de 3 meses.<sup>5</sup> Portanto, diferenças entre as taxas dos títulos indexados e as verdadeiras taxas de juros real são menores no mercado brasileiro, o que, por sua vez, introduz menos ruídos na análise da inflação implícita. Mais ainda, as NTN's-B, ao contrário dos TIPS, não são protegidas para deflação. Ou seja, não há opção embutida nesses títulos. Para o nosso estudo, isso constitui uma vantagem pois não há necessidade de tratamento para limpar das taxas desses ativos o ruído referente ao prêmio da opção de deflação.

O problema de decomposição da inflação implícita (foco deste trabalho) foi atacado por partes. Primeiramente nós apresentamos um modelo de equilíbrio em uma economia bastante simples. O modelo mostra como a equação de decomposição da inflação pode ser obtida de forma microfundamentada, ao invés da abordagem informal discutida anteriormente. Melhor ainda, este modelo nos permite ganhar intuição e identificar estratégias para estimação e cálculo dos componentes da inflação implícita.

Em seguida nós passamos a investigar cada um dos componentes da inflação implícita. A expectativa de inflação pode ser obtida por diversas ferramentas de séries de tempo ou modelos fundamentados. No entanto, como dito anteriormente, o objetivo deste trabalho é estudar técnicas parcimoniosas que forneçam, com baixo custo e precisão, resultados sobre a informação contida na inflação implícita. Dessa forma nós optamos por obter a expectativa de inflação da pesquisa Focus. A pesquisa Focus é realizada semanalmente pelo Banco Central do Brasil e conta com aproximadamente 100 participantes que fornecem regularmente suas previsões para diversas variáveis econômicas, dentre elas a inflação medida pelo IPCA. Embora essa estratégia pareça por deveras simplista, pesquisas (*surveys*) têm demonstrado poder de previsão da inflação superior a diversos modelos tradicionais, como bem demonstram, dentre

---

<sup>3</sup>Dados do Barclays Global World Gilb Index de março 2009 (veja Silva, Garrido e Carvalho, 2009).

<sup>4</sup>A defasagem de indexação ocorre porque o pagamento dos títulos indexados a inflação é referenciado ao valor defasado do índice de preços.

<sup>5</sup>TIPS (Treasury Inflation Protect Securities) são títulos emitidos pelo Tesouro dos Estados Unidos indexados ao Consumer Price Index (CPI), principal índice da inflação americana. Já os Gilts são emitidos pelo Reino Unido e indexados ao Retail Price Index (RPI).

outros, Ang, Bekaert e Wei (2007) e Chun (2012).

O próximo passo consistiu na análise do viés de convexidade. O modelo de equilíbrio desenvolvido para decompor a inflação implícita revelou que esse termo é dado pela variância da inflação. Ajustando a série de IPCA por um processo AR(1), estimamos a convexidade em cerca de um ponto base para qualquer horizonte. O valor desse termo é bem pequeno, inferior ao *bid-ask spread* do mercado de títulos de renda fixa (superior a três pontos base). Esse resultado está em consonância com diversos outros estudos como, por exemplo, Ang, Bekaert e Wei (2008), que mostram que a correção de Jensen no mercado americano é menor que um ponto base.

Finalmente, nós estudamos os prêmios de risco. Primeiramente atacamos o prêmio de liquidez. Para tal nós nos baseamos em Pflueger e Viceira (2013). Esses autores estimam o prêmio de liquidez regredindo a inflação implícita contra métricas de liquidez dos títulos controlando pela inflação esperada. Fazendo isso, nós encontramos que o prêmio de liquidez é estatisticamente não diferente de zero. Isso indica que o risco de liquidez é ortogonal ao espaço de *payoffs* não sendo portanto apreçado. Embora aparentemente enigmático esse resultado pode ser facilmente compreendido. Títulos indexados a inflação fazem parte da carteira de investidores de longo prazo, tais como fundos de pensão. Esses títulos são muitas vezes carregados até o vencimento. Portanto, apesar de menos líquidos que os títulos nominais, não há cobrança de prêmio de liquidez uma vez que os investidores, ao mantê-los em carteira até o vencimento, não se preocupam com incertezas relacionadas a escassez de liquidez ao longo da maturidade dos títulos.

Uma vez calculados a inflação implícita, a expectativa de inflação, o viés de convexidade e constatada a insignificância do prêmio de liquidez, obtemos, por simples diferença, o prêmio de risco de inflação usando a equação de decomposição. Observamos que, em alguns poucos momentos, o prêmio de risco de inflação para horizontes curtos (1 e 2 anos) é negativo.<sup>6</sup> Isso seria um indicativo de que os títulos nominais funcionariam como um seguro, remunerando bem nos estados da natureza no qual a economia vai mal. No entanto, o mais provável é que, nesses períodos, a taxa nominal aumentou de forma menos intensa que a expectativa de inflação para o curto prazo, gerando assim um prêmio negativo. O prêmio de risco variou entre um mínimo de -1% e um máximo de quase 2%. Nós testamos também o relacionamento do prêmio de risco de inflação com a covariância entre consumo e inflação (conforme previsto pelo modelo microfundamentado desenvolvido para decompor a inflação implícita) e com a volatilidade do Ibovespa (proxy para o nível de incerteza da economia). Nós encontramos significância nas correlações apenas para os horizontes de 3 e 4 anos.

Interessante notar que a expectativa de inflação explica cerca de 60% da variação da inflação implícita. Ademais, ela, em termos de magnitude, se constitui na principal componente da inflação implícita, uma vez que os termos de convexidade e prêmio de liquidez são insignificantes e o prêmio de risco de inflação é em módulo e em média cerca de 10 vezes menor que

---

<sup>6</sup>Embora não esperado, porém condizente com a teoria, prêmios de risco de inflação negativo são reportados em outros estudos, como por exemplo, em Grishchenko e Huang (2013).

a inflação implícita. Portanto, embora a hipótese de Fisher seja falha e, como demonstrado por Vicente e Guillen (2013), a inflação implícita não capture adequadamente a dinâmica da inflação futura, o principal componente da diferença entre as taxas de juros nominal e real é de fato a expectativa de inflação. Isso justifica a popularidade da inflação implícita como indicador da variação futura dos preços e seu uso difundido como um estimador simples da inflação. Como bem ressalta Söderlind (2011), a inflação implícita apresenta claras vantagens como previsor da inflação em relação a outros métodos: Está disponível em bases diárias; foca nas crenças dos participantes do mercado; e é baseada em decisões que envolvem ganhos e perdas.

O restante desse artigo está organizado como se segue. Na Seção 2 nós apresentamos uma breve descrição dos títulos nominais e reais oferecidos pelo Tesouro brasileiro. A Seção 3 contém as metodologias usadas para construção das curvas de juros reais e nominais. Na Seção 4 nós apresentamos o modelo baseado em consumo que permite obter fundamentadamente a equação de decomposição. A Seção 5 discute o cálculo da expectativa de inflação. Nas Seções 6 e 7 nós estimamos, respectivamente, o viés de convexidade e o prêmio de liquidez. A Seção 8 apresenta uma análise sobre o prêmio de risco de inflação. A Seção 9 conclui.

## 2 Títulos pré e indexados a inflação

Seja  $P^N(t, T) = P^N(t, t + \tau)$  o preço em  $t$  de um título sem cupons que paga R\$ 1,00 em  $T = t + \tau$ . Seja  $I_t$  o valor de um índice de preços em  $t$  (por exemplo, o IPCA). Seja ainda  $P^R(t, T) = P^R(t, t + \tau)$  o preço em  $t$  de um título sem cupons que paga  $\frac{I_T}{I_t}$  em  $T = t + \tau$ . As taxas de juros nominal ( $y^N$ ) e real ( $y^R$ ) continuamente compostas em  $t$  para vencimento em  $T$  são definidas por:

$$y^N(t, T) = y^N(t, t + \tau) = -\frac{\ln(P^N(t, T))}{T - t}$$

e

$$y^R(t, T) = y^R(t, t + \tau) = -\frac{\ln(P^R(t, T))}{T - t}.$$

Para cada  $t$  a Estrutura a Termo da Taxa de Juros Nominal (ETTJN) ou simplesmente curva de juros nominal é a função que associa a cada  $\tau \in [0, +\infty)$  o número real  $y^N(t, t + \tau)$ . A Estrutura a Termo da Taxa de Juros Real (ETTJR) é definida analogamente.

No mercado brasileiro, as Letras do Tesouro Nacional (LTN) e as Notas do Tesouro Nacional série F (NTN-F) são os títulos públicos que permitem aos investidores negociar a taxa nominal. A LTN é um título sem cupons com valor de face igual R\$ 1.000,00. Logo a relação entre seu preço ( $P^{LTN}$ ) e a taxa nominal é

$$P^{LTN}(t, T) = 1000e^{-y^N(t, T)(T-t)}.$$

Já a NTN-F tem valor de face também igual a R\$ 1.000,00 e paga cupons semestrais iguais



R\$  $1000 \times (1, 10^{1/2} - 1) \approx$  R\$ 48,81. A relação entre o preço da NTN-F ( $P^{\text{NTN-F}}$ ) e a curva de juros nominal é

$$P^{\text{NTN-F}}(t, T) = 48,81 \left[ e^{-y^N(t,t_1)(t_1-t)} + \dots + e^{-y^N(t,t_k)(t_k-t)} \right] + 1000e^{-y^N(t,T)(T-t)},$$

onde  $t_1, \dots, t_k = T$  são as datas de pagamentos dos cupons valendo  $t_{k-1} = t_k - 0,5$  ano.

No Brasil, o principal título indexado a inflação é a Nota do Tesouro Nacional série B (NTN-B). Existem dois tipos de NTN-B. O primeiro, conhecido como NTN-B principal, é um título sem cupons que paga no vencimento o Valor Nominal Atualizado (VNA) da NTN-B. O VNA da NTN-B foi fixado em R\$ 1.000,00 em 15/07/2000 e é atualizado mensalmente pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA).<sup>7</sup> Assim, o VNA do mês  $n$  é:

$$VNA_n = 1000 \frac{IPCA_{n-1}}{IPCA_{\text{junho}/2000}}.$$

Por exemplo, a NTN-B principal vencendo em 15/05/2019 pagará em 15/05/2019

$$VNA_{\text{maio}/2019} = \text{R\$}1000 \times \frac{IPCA_{\text{abril}/2019}}{IPCA_{\text{junho}/2000}}.$$

Repare que o VNA da NTN-B não é conhecido diariamente. Esse valor é observado uma única vez no mês.<sup>8</sup> No entanto, é possível estimar o VNA em qualquer dia com razoável precisão corrigindo o último valor observado por uma projeção do IPCA. A ANBIMA, a partir de uma coleta de projeções junto a instituições financeiras, divulga diariamente o VNA atualizado.<sup>9</sup> Neste trabalho, vamos usar para cálculo das taxas das NTN's-B o VNA diário estimado pela ANBIMA.

Seja  $P^{BP}(t, T)$  o preço de uma NTN-B principal em  $t$  para vencimento em  $T$ . Em cada  $t$ , podemos definir a Estrutura a Termo da Taxa de Juros da NTN-B (ETTB) como a função que associa a cada  $\tau \in [0, +\infty)$  a taxa  $y^{BP}(t, t + \tau)$  dada por:

$$y^{BP}(t, t + \tau) = -\frac{1}{T - t} \ln \left( \frac{P^{BP}(t, T)}{VNA_t} \right).$$

Note que a curva de juros da NTN-B não coincide perfeitamente com a curva de juros real do IPCA. Isso acontece devido ao descasamento de indexação, ou seja, a defasagem entre o vencimento da NTN-B e a última correção do VNA pelo IPCA do mês anterior. As NTN's-B vencem sempre no dia 15, porém elas pagam o VNA corrigido pelo IPCA do mês anterior, logo

<sup>7</sup>O IPCA é calculado pelo IBGE e sua variação de um mês para o seguinte representa a variação de preços entre o 1º e o 30º dia do mês de referência. Ele é divulgado até o dia 15 do mês subsequente. No entanto, em geral, até o dia 8 ele já é conhecido.

<sup>8</sup>O VNA é conhecido apenas na data de divulgação do IPCA e ainda sim representa a variação defasada do IPCA. Ou seja, o VNA de um dado mês dividido por 1.000 representa a variação do IPCA entre junho de 2000 e o mês anterior.

<sup>9</sup>A ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais) representa instituições financeiras que atuam no mercado de capitais brasileiro. Dentre outras atribuições, a ANBIMA fornece diariamente informações sobre o mercado de renda fixa brasileiro.

existe um descasamento de 15 dias. Esses 15 dias devem, evidentemente, serem remunerados. Portanto, a taxa da NTN-B é composta pela taxa real do IPCA mais uma componente de remuneração por esses 15 dias de defasagem. Esse descasamento ocorre em todo mercado de títulos indexados a inflação. No Brasil o descasamento é bem pequeno, apenas 15 dias. Para efeito de comparação, os TIPS americanos apresentam um descasamento de 3 meses. Evans (1998) propõe uma metodologia para derivar a ETTJR a partir da ETTJ de títulos indexados a inflação corrigindo os efeitos do descasamento. Devido a pequena defasagem das NTN's-B, neste artigo nós vamos considerar que a curva NTN-B é uma aproximação razoavelmente boa da curva de juros real do IPCA sem nenhum tipo de correção. Ou seja, admitiremos que  $y^R(t, T) = y^{BP}(t, T)$  para quaisquer  $t$  e  $T$ .

Adicionalmente, o Tesouro Nacional emite NTN's-B que pagam cupons semestrais. Os cupons semestrais são iguais a  $R\$ (1,06^{1/2} - 1) \times VNA_u \approx 2,96\% \times VNA_u$ , onde  $u$  é a data de pagamento dos cupons. Os cupons e o vencimento dessas NTN's-B ocorrem sempre no dia 15. Seja  $P^B(t, T)$  o preço de uma NTN-B em  $t$  com vencimento em  $T$ . A relação entre o preço da NTN-B e a curva de juros real é

$$\begin{aligned} P^B(t, T) &= 2,96\% \left[ VNA_t e^{-y^{BP}(t, t_1)(t_1-t)} + \dots + VNA_t e^{-y^{BP}(t, t_k)(t_k-t)} \right] + \\ &\quad + VNA_t e^{-y^{BP}(t, T)(T-t)} \\ &= 2,96\% \left[ VNA_t e^{-y^R(t, t_1)(t_1-t)} + \dots + VNA_t e^{-y^R(t, t_k)(t_k-t)} \right] + \\ &\quad + VNA_t e^{-y^R(t, T)(T-t)} \end{aligned}$$

Mais uma vez,  $t_1, \dots, t_k = T$  representam as datas de pagamentos dos cupons valendo  $t_{k-1} = t_k - 0,5$  ano.

### 3 Inflação implícita e as curvas de juros real e nominal

Em cada  $t$ , não observamos  $y^N(t, t + \tau)$  e  $y^R(t, t + \tau)$  para todo  $\tau = T - t$ . Porém, preços de títulos públicos que dependem unicamente dessas taxas para diversos  $\tau$ 's são conhecidos. Via um procedimento de interpolação é possível obter as estruturas a termo completas das taxas nominais e reais. Neste trabalho, essas curvas de juros foram fornecidas pela ANBIMA. A ANBIMA estima diariamente as estruturas a termo nominal e real usando o modelo paramétrico de Svensson (1994) com cargas das curvaturas variantes no tempo. Isto é, para todo  $t$  as estruturas a termo das taxas são dadas por:

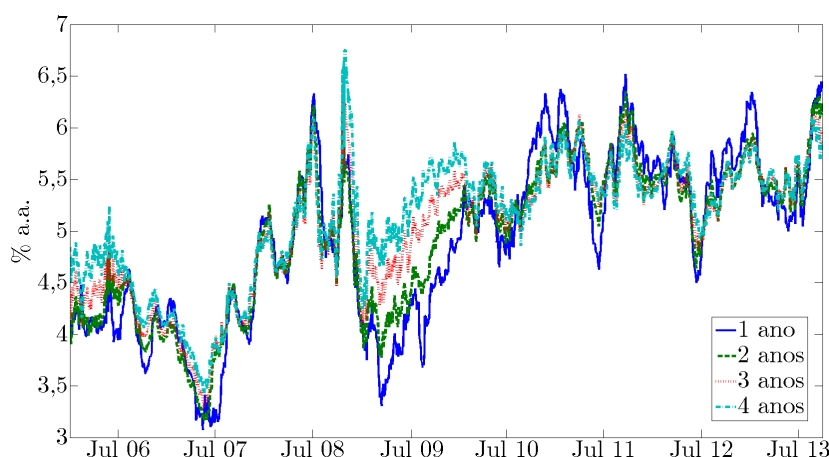
$$\begin{aligned} y^i(t, t + \tau) &= \beta_{1t}^i + \beta_{2t}^i \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t^i \tau}}{\lambda_t^i \tau} \right) + \beta_{3t}^i \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t^i \tau}}{\lambda_t^i \tau} - e^{-\lambda_t^i \tau} \right) + \\ &\quad + \beta_{4t}^i \left( \frac{1 - e^{-\bar{\lambda}_t^i \tau}}{\bar{\lambda}_t^i \tau} - e^{-\bar{\lambda}_t^i \tau} \right). \end{aligned} \tag{1}$$

para  $i = N, R$ .

O vetor de parâmetros  $\Theta_t^i = (\beta_{1t}^i, \beta_{2t}^i, \beta_{3t}^i, \beta_{4t}^i, \lambda_t^i, \tilde{\lambda}_t^i)$  é estimado em cada  $t$  de tal forma a minimizar a soma ponderada dos quadrados dos erros de apreçamento de cada título. O erro de apreçamento é definido como a diferença entre o preço de mercado e o preço do modelo. O fator de ponderação é o inverso da duração do título. Para construção da estrutura a termo nominal são usados as Letras do Tesouro Nacional (LTN) e as Notas do Tesouro Nacional série F (NTN-F). Já a curva real é construída a partir dos preços das Notas do Tesouro Nacional série B (NTN-B).<sup>10</sup> Obtidas as curvas nominal e real, a inflação implícita ou *break even inflation rate* de prazo  $\tau$  é calculada como

$$\eta(t, T) = \eta(t, t + \tau) = y^N(t, t + \tau) - y^R(t, t + \tau).$$

**Figura 1: Inflação implícita**



*Notas:* Esta figura apresenta a evolução temporal diária da inflação implícita de prazos 1, 2, 3 e 4 anos entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. A inflação implícita é a diferença entre as taxas nominal e real de mesmo prazo. As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.

A Figura 1 apresenta a evolução temporal diária da inflação implícita de prazos 1, 2, 3 e 4 anos entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. No período, a inflação implícita orbitou em torno de uma média igual a 5% a.a. com um mínimo de pouco mais de 3% a.a. atingido em julho de 2007 e um máximo superior a 6% a.a. no segundo semestre de 2008.

## 4 Decompondo a inflação implícita

A hipótese de Fisher estabelece que a inflação implícita representa tão somente o valor esperado da inflação futura. Ou seja,  $\eta(t, T) = \frac{1}{T-t} E_t(\ln \frac{I_T}{I_t})$ . No entanto, tal hipótese despreza o prêmio de risco cobrado pelos investidores de títulos nominais para proteção quanto a incerteza da inflação futura. Empiricamente, diversos trabalhos mostram que a hipótese de Fisher é falha.

<sup>10</sup>Mais detalhes sobre a metodologia empregada pela ANBIMA para construção das curvas podem ser obtidas em [http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/precos/ettj/Documents/est-termo\\_metodologia.pdf](http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/precos/ettj/Documents/est-termo_metodologia.pdf).

Por exemplo, Vicente e Guillen (2013) mostram que a inflação implícita no Brasil tem fraco poder explanatório do comportamento futuro do IPCA. Nesta seção, nós apresentaremos um modelo de apreçamento baseado em consumo que permite decompor a inflação implícita em expectativas e prêmios.

Suponha que não exista arbitragem. Portanto, existe um processo deflator preços de estado real  $(\Psi_t^R)_{t \geq 0}$  tal que o preço (real) descontado de qualquer ativo por esse deflator é um martingale (veja, Duffie, 2001). Podemos também definir o deflator preços de estado nominal  $\Psi_t^N \equiv \frac{\Psi_t^R}{I_t}$ . Quando descontamos o preço nominal de um ativo por esse deflator temos também um martingale. Logo,

$$P^R(t, T) = E_t [M^R(t, T)] = E_t \left[ \frac{\Psi_T^R}{\Psi_t^R} \right] = E_t \left[ \frac{\Psi_T^N I_T}{\Psi_t^N I_t} \right] = E_t \left[ M^N(t, T) \frac{I_T}{I_t} \right] \quad (2)$$

e

$$P^N(t, T) = E_t [M^N(t, T)] = E_t \left[ \frac{\Psi_T^N}{\Psi_t^N} \right] = E_t \left[ \frac{\Psi_T^R I_T}{\Psi_t^R I_t} \right] = E_t \left[ M^R(t, T) \frac{I_t}{I_T} \right], \quad (3)$$

onde  $M^R(t, T) = \frac{\Psi_T^R}{\Psi_t^R}$  e  $M^N(t, T) = \frac{\Psi_T^N}{\Psi_t^N}$  são, respectivamente, os fatores estocásticos de desconto real e nominal entre  $t$  e  $T$ .

A taxa de inflação entre  $t$  e  $T$  é dada por

$$\pi(t, T) = \frac{1}{T-t} (\ln I_T - \ln I_t).$$

Suponhamos inicialmente que  $M^R$  e  $I_T$  sejam condicionalmente log-normais.<sup>11</sup> Tomando logaritmos nos dois lados de (3) temos:

$$\begin{aligned} \ln P^N(t, T) &= \ln E_t \left[ M^R(t, T) \frac{I_t}{I_T} \right] = \\ &= -E_t [\ln \frac{I_t}{I_T}] + \frac{1}{2} \text{var}_t \left[ \ln \frac{I_t}{I_T} \right] + \ln E_t [M^R(t, T)] - \text{cov}_t \left[ \ln \frac{I_t}{I_T}, \ln M^R(t, T) \right] = \\ &= \ln P^R(t, T) - E_t [\ln \frac{I_t}{I_T}] + \frac{1}{2} \text{var}_t \left[ \ln \frac{I_t}{I_T} \right] - \text{cov}_t \left[ \ln \frac{I_t}{I_T}, \ln M^R(t, T) \right], \end{aligned}$$

logo

$$\begin{aligned} \eta(t, T) &= y^N(t, T) - y^R(t, T) = \\ &= E_t [\pi(t, T)] - \frac{T-t}{2} \text{var}_t [\pi(t, T)] + \text{cov}_t [\pi(t, T), m^R(t, T)] = \\ &= E_t [\pi(t, T)] + \frac{T-t}{2} \text{var}_t [\pi(t, T)] + \text{cov}_t [\pi(t, T), m^N(t, T)], \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $m^R = \ln M^R$ ,  $m^N = \ln M^N$  e  $\text{var}_t$  e  $\text{cov}_t$  representam a variância e a covariância condicionadas a informação disponível até  $t$ . Sem a hipótese de log-normalidade, é possível mostrar que a relação (4) é válida até a aproximação de segunda ordem (veja, por exemplo, Grishchenko

---

<sup>11</sup>  $X$  é log-normal, se  $\ln X$  é normal. Na dedução a seguir, usaremos duas propriedades das distribuições log-normais: (i) O produto de duas log-normais é também log-normal; (ii) Se  $X$  é log-normal então  $\ln E[X] = E[\ln X] + \frac{1}{2} \text{var} [\ln X]$ .

e Huang, 2013).

Note que a inflação implícita é composta de três termos. O primeiro deles é a inflação esperada entre  $t$  e  $T$ . A hipótese de Fisher considera apenas esse termo. A Equação 4 mostra claramente que não podemos ler diretamente da inflação implícita a expectativa de inflação. Há algo mais a ser considerado. O segundo termo é conhecido como viés de convexidade. Esse termo é apenas uma correção matemática que surge naturalmente ao tomarmos a esperança da função convexa que relaciona preços de títulos com taxas. Embora o viés de convexidade seja um dos invalidadores da equação de Fisher, ele não representa um grande problema, pois conforme será visto na Seção 6 a sua magnitude é desprezível. O último termo é o prêmio de risco da inflação. Ele representa a rentabilidade adicional exigida pelos agentes para trocarem investimentos reais por nominais. Portanto, a inflação implícita pode ser decomposta como:

Inflação Implícita = Expectativa de Inflação + Convexidade + Prêmio de Risco da Inflação.

Para analisar em mais detalhes o prêmio de risco da inflação (*IRP*), suponha que na economia exista um agente representativo com preferência separável tanto através do tempo como entre estados da natureza. Suponha ainda que essa preferência possa ser representada pela seguinte utilidade  $E \left[ \int_0^\infty e^{-\delta t} u(C_t) dt \right]$ , onde  $\delta$  é um fator de impaciência e  $C_t$  representa o fluxo agregado de consumo. A utilidade  $u$  obedece as hipóteses tradicionais, quais sejam, é de classe  $C^2$ , com  $u' > 0$  e  $u'' < 0$ . Então

$$IRP(t, T) = \text{cov}_t \left[ \pi(t, T), \ln \frac{u'(C_T)}{u'(C_t)} \right].$$

Um caso particular da equação anterior ocorre quando a preferência do agente representativo é descrita por uma utilidade potência. A facilidade de manipulação algébrica da função potência permite uma fácil interpretação do *IRP*. Nesse caso,  $u'(x) = x^{-\gamma}$ , onde  $\gamma$  é o coeficiente relativo de aversão ao risco. Portanto,

$$IRP(t, T) = -\gamma \text{cov}_t [\pi(t, T), \Delta c_{t,T}], \quad (5)$$

onde  $\Delta c_{t,T} = c_T - c_t = \ln C_T - \ln C_t$  é a variação do logaritmo do consumo.

Se a covariância entre a inflação futura e a variação do consumo for positiva então o prêmio de risco de inflação é negativo. Neste caso, títulos nominais são mais desejáveis que títulos reais uma vez que pagam bem (em termos reais) nos estados da natureza em que a economia vai mal (consumo baixo). Por outro lado, se a covariância entre a inflação futura e a variação do consumo é negativa então o prêmio de risco de inflação é positivo. Nesse caso, os títulos reais são mais desejáveis.<sup>12</sup>

A Equação 4 não considera possíveis diferenças entre as liquidez dos títulos nominais e reais. Em face de problemas de falta de liquidez, investidores podem exigir um prêmio

---

<sup>12</sup>Quando a hipótese de separabilidade das preferências não é válida, como, por exemplo, no modelo de Epstein e Zin (1989), a interpretação do prêmio de risco da inflação não depende apenas do *trade-off* consumo/inflação. Não nos estenderemos nessas especificações mais gerais. Para uma discussão mais detalhada desse ponto, veja Joyce e outros (2009).

adicional para se proteger de dificuldades na venda de um ativo no futuro. Esses problemas não são considerados no modelo tradicional de apreçamento baseado em consumo.<sup>13</sup> Sejam, portanto,  $y^{N,L}(t, T)$  e  $y^{R,L}(t, T)$  as taxas de juros nominal e real corrigidas por vieses de liquidez. Repare que a diferença entre essas taxas é que deve obedecer a segunda igualdade da Equação 4 e não a diferença entre as taxas observadas  $y^N - y^R$ , isto é

$$y^{N,L}(t, T) - y^{R,L}(t, T) = E_t [\pi(t, T)] - \frac{T-t}{2} \text{var}_t [\pi(t, T)] + \text{cov}_t [\pi(t, T), m^R(t, T)]. \quad (6)$$

A correção de liquidez é dada por  $\ell^i(t, T) = y^i(t, T) - y^{i,L}(t, T)$  com  $i = N, R$ . Então:

$$\eta(t, T) = y^N(t, T) - y^R(t, T) = E_t [\pi(t, T)] - \frac{T-t}{2} \text{var}_t [\pi(t, T)] + \text{cov}_t [\pi(t, T), m^R(t, T)] - \ell(t, T) = \quad (7)$$

$$E_t [\pi(t, T)] + \frac{T-t}{2} \text{var}_t [\pi(t, T)] + \text{cov}_t [\pi(t, T), m^N(t, T)] - \ell(t, T),$$

onde  $\ell(t, T) = \ell^R(t, T) - \ell^N(t, T)$  é o prêmio de liquidez dos títulos reais (menos líquidos) em relação aos nominais. Logo, a decomposição da inflação implícita é:

Inflação Implícita = Expectativa de Inflação + Convexidade + Prêmio de Risco da Inflação - Prêmio de Liquidez.

Nas seções a seguir avaliaremos detalhadamente cada um desses componentes da inflação implícita. A tarefa não é simples, uma vez que, embora o lado esquerdo da Equação 7 seja conhecido, os termos do lado direito não são observados. O objetivo principal é entender a dinâmica do prêmio de risco de inflação no mercado brasileiro, usando procedimentos parcimoniosos para cálculo da Expectativa de Inflação, da Convexidade e do Prêmio de Liquidez. De posse desses termos podemos, por diferença simples, obter e estudar o prêmio de risco da inflação no Brasil. Daqui em diante, vamos trabalhar com a segunda versão da Equação 7 que estabelece a fórmula para o prêmio de risco da inflação em termos do fator estocástico desconto nominal. A razão dessa escolha reside no fato de que todas as variáveis econômicas e financeiras usadas nas seções a seguir estão também expressas em termos nominais.

## 5 Expectativa de inflação

Existem diversas teorias acerca da formação de expectativas pelos agentes do mercado. Desde a teoria das expectativas adaptativas, segundo a qual os agentes formam suas projeções com

<sup>13</sup>É possível introduzir no modelo de consumo o prêmio de liquidez exigido pelos investidores. Para isso, veja Acharya e Pedersen (2005). Outra boa referência nesse assunto é Fontaine e Garcia (2008) que incluem um fator de liquidez em um modelo de estrutura a termo livre de arbitragem. Nesse ponto do artigo, adotamos uma abordagem mais simples: apenas corrigimos as taxas exigidas para englobar questões ligadas a liquidez sem nos preocuparmos com os fundamentos econômicos que guiam tal correção.

base nos níveis passados da variável de interesse, passando pela crítica de Lucas, que deu origem à teoria de expectativas racionais, segundo a qual os agentes possuem conhecimento completo a respeito do modelo econômico e das forças de mercado que atuam sobre a economia, utilizando toda a informação disponível para formar suas projeções. Diversos tipos de modelos econômicos e econométricos podem ser derivados dessas teorias para cálculo das expectativas de inflação. A literatura sobre a capacidade preditiva desses modelos é vasta, porém os resultados não trazem boas notícias: a maioria dos modelos apresenta um desempenho decepcionante.

Atkeson e Ohanian (2001), por exemplo, estimam vários modelos de curva de Phillips para projetar a inflação americana e mostram que nenhum apresenta desempenho superior a um passeio aleatório no período de 1984 a 1999. Stock e Watson (2007) afirmam que a inflação americana se tornou mais difícil de ser prevista a partir de meados dos anos 80, no sentido em que superar um modelo univariado, em termos de erros quadráticos médios de projeções fora da amostra, não é uma tarefa simples. Em uma resenha sobre métodos de previsão de inflação, Stock e Watson (2008) encontram que projeções baseadas na curva de Phillips são melhores que outras previsões multivariadas, mas seu desempenho em comparação com uma boa projeção univariada é episódico e depende da fase do ciclo econômico em que a economia está - se a taxa de desemprego está próxima à taxa natural, então modelos univariados de previsão são mais eficientes que projeções multivariadas.

Mais recentemente, a academia tem encontrado forte evidência em prol de *surveys* como ferramenta adequada para a previsão da inflação futura. Um *survey* é uma pesquisa organizada com participantes do mercado com intuito de obter informação sobre as expectativas dos valores futuros de variáveis econômicas. Nos EUA, existem diversos levantamentos desse gênero que coletam previsões de inflação. O principal deles é o Survey of Professional Forecasters (SPF) conduzido pelo Federal Reserve Bank da Philadelphia. O SPF é trimestral e coleta expectativas junto a empresários para as variações do CPI em horizontes de 1 até 10 anos a frente.<sup>14</sup> Outras importantes pesquisas realizadas no mercado americano são a Livingston Survey, a Blue Chip Financial Forecasts e a Michigan Survey. A primeira é conduzida duas vezes ao ano - em junho e em dezembro - e seus participantes são economistas da indústria, governo e academia, que fornecem suas projeções para o CPI, em horizontes de 6 e 12 meses. A Blue Chip é organizada pela Aspen Publishers e tem periodicidade mensal. Essa pesquisa é a única na qual os participantes fornecem previsões conjuntas de inflação e taxa de juros. Já a Michigan Survey é mensal e realizada junto a consumidores que preveem mudanças esperadas de preços nos próximos 12 meses.

Ang, Bekaert e Wei (2007) comparam a capacidade preditiva de quatro métodos alternativos de projeção da inflação norte-americana: modelos ARIMA, regressões baseadas na Curva de Phillips, modelos de estrutura a termo, e medidas baseadas nas pesquisas de expectativas SPF, Livingston e Michigan Survey. Eles mostram que essas pesquisas de mercado produzem projeções mais precisas da inflação, e que não existe ganho em combinar estas expectativas

---

<sup>14</sup>Consumer Price Index (CPI) é o principal índice de inflação da economia americana.

de mercado com outros métodos de projeção. Mais interessante ainda, eles encontram que até mesmo os participantes do Michigan Survey que são consumidores, e não profissionais, produzem estimativas acuradas da inflação. Nessa mesma linha, Chun (2012) mostra que a Blue Chip apresenta capacidade de previsão da inflação excepcionalmente boa, superando diversos modelos de séries temporais. Chernov e Mueller (2012) encontram que incluir informações da Blue Chip melhora significativamente a capacidade de previsão da inflação de um modelo fundamentado economicamente.

No Brasil, a pesquisa Focus é a principal fonte de informação sobre expectativas de mercado. Ela é conduzida pelo Departamento de Relacionamento com Investidores e Estudos Especiais (Gerin) do Banco Central do Brasil e foi iniciada em maio de 1999. Publicada semanalmente, a pesquisa Focus é realizada com aproximadamente 100 participantes do mercado, majoritariamente instituições financeiras, que indicam suas previsões para diversas variáveis macroeconômicas além da inflação. Não existe uma periodicidade predefinida para que os participantes atualizem suas projeções. Assim, para evitar que as estatísticas contenham dados defasados, previsões informadas há mais de trinta dias são descartadas. Para as expectativas de inflação, são coletados quatorze dados de expectativas mensais (do mês posterior ao último divulgado ao mês seguinte do ano posterior) e cinco anuais (do ano posterior ao último divulgado até quatro anos depois). As instituições que acertam mais em suas projeções fazem parte do ranking Top 5, que considera a precisão das projeções dos últimos seis meses. As projeções que são consideradas para o ranking Top 5 são as que constam no sistema no dia útil imediatamente anterior à data crítica. A data crítica corresponde a data na qual são publicadas informações que podem antecipar o resultado do índice projetado. No caso do IPCA, a data crítica é o dia da divulgação do IPCA-15, uma vez que ambos os índices possuem a mesma cesta, e o segundo inclui informação sobre metade do mês de referência - a expectativa sobre a inflação do mês corrente após a data crítica já seria formada com alguma informação sobre a inflação realizada.

Diversos artigos tem estudado os determinantes das expectativas de inflação no Brasil, bem como características das expectativas de inflação segundo a pesquisa Focus. Cerisola e Gelos (2005) analisaram os determinantes das expectativas de inflação no Brasil, em uma amostra de 2000 a 2004, e encontraram que a meta de inflação e a política fiscal são importantes na formação das expectativas de inflação. Eles mostram também que a importância da inflação passada é relativamente baixa. Guillén (2008) testa as teorias de expectativas racionais, adaptativas e de rigidez informacional e encontra evidências de que a última explica melhor o comportamento das expectativas de inflação no Brasil. Além disso, as expectativas dos participantes do Top 5 influenciam as expectativas dos demais participantes (existe epidemiologia nas expectativas).

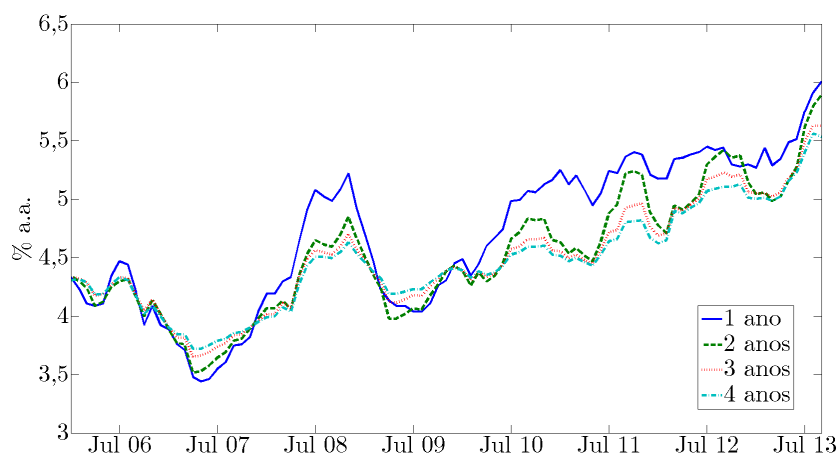
Carvalho e Minella (2009) mostram que as projeções de inflação do mercado, segundo a pesquisa Focus, são não viesados, mas ineficientes; e que as projeções do mercado possuem desempenho preditivo igual ou melhor que projeções baseadas em modelos ARMA, VAR e BVAR. Lima e Alves (2011), utilizando uma amostra de 2003 a 2010, não encontram evidência



significativa de que a média das previsões de mercado (Focus) tenha capacidade preditiva superior a de modelos univariados simples em horizontes mais longos de previsão. Kohlscheen (2012) mostra que, apesar de evidências de ausência de viés e de racionalidade fraca nas previsões de inflação, existe um padrão de autocorrelação nos erros das projeções Focus, de modo que aumentos (diminuições) na taxa de inflação estão sistematicamente associados à sub-estimativas (sobre-estimativas) da inflação no período seguinte. Além disso, modelos em que observações passadas da inflação têm maior peso na composição das expectativas correntes (como em modelos de expectativas adaptativas) têm melhor poder preditivo. Por fim, Kohlscheen (2012) observa que a expectativa Focus do IPCA tipicamente subestima a inflação em sete pontos base.

Neste trabalho, nós optamos por tomar a expectativa Focus como a melhor previsão da inflação brasileira por três motivos. Primeiro, embora a evidência da qualidade da previsão Focus para a inflação não seja tão forte como aquela dos *surveys* disponíveis no mercado americano, não há estudo com dados locais apontando algum modelo econométrico ou fundamentado economicamente que supere significativamente a pesquisa Focus. Muito pelo contrário, como relatado anteriormente, a expectativa Focus do IPCA apresenta desempenho preditivo no mínimo tão bom quanto diversos concorrentes. Em segundo lugar, a expectativa Focus da inflação é quase um consenso no mercado brasileiro. Jornais, analistas e *policy makers* a usam constantemente para monitorar o nível futuro de preços. Por fim, a Equação 7 considera o que o agente representativo espera da inflação e não a melhor previsão. Portanto, nada mais razoável do que associar à  $E_t[\pi(t, T)]$  a expectativa Focus.

**Figura 2: Expectativa IPCA**

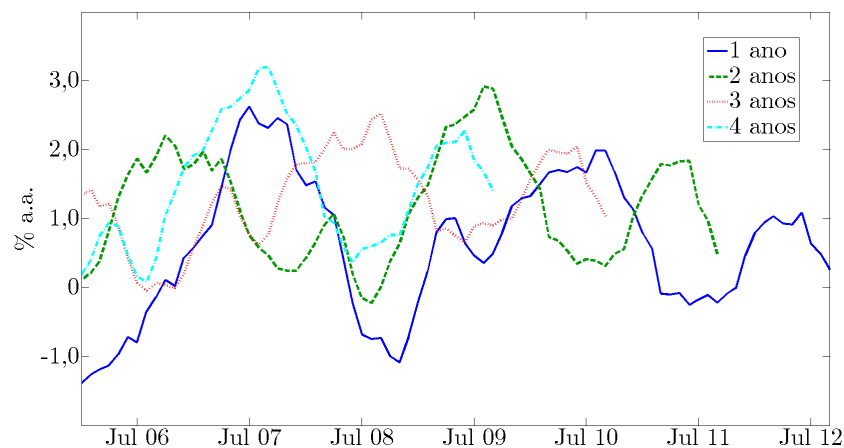


*Notas:* Esta figura apresenta a evolução mensal das expectativas do IPCA para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos extraídas da pesquisa Focus. Os dados foram coletados entre janeiro de 2006 e setembro de 2013 na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.

Nós coletamos mensalmente a mediana das expectativas de inflação da pesquisa Focus na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). A base de dados assim formada contém previsões para os dezoito meses seguintes e

para os cinco anos seguintes entre janeiro de 2006 e setembro de 2013.<sup>15</sup> Para obter as expectativas de inflação mensais para horizontes de 2, 3 e 4 anos, utilizamos as expectativas anuais e assumimos que a inflação foi constante ao longo dos meses não observados. Em outras palavras, construímos a estrutura a termo da expectativa de inflação via interpolação *flat forward*. A Figura 2 mostra as expectativas de inflação em taxas anuais contínuas, para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. A estrutura a termo da expectativa do IPCA é, na maior parte da amostra, decrescente, isto é, a inflação prevista para o curto prazo é maior do que a prevista para o longo prazo. Além disso, notamos também que após meados de 2007 os agentes têm projetado taxas de inflação crescente. A Figura 3 mostra os desvios entre a inflação ocorrida e a esperada, para horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Observando essa figura, notamos que as expectativas obtidas através da pesquisa Focus tenderam a subestimar a inflação no período considerado.

**Figura 3: Desvios da expectativa do IPCA**



*Notas:* Esta figura apresenta os desvios entre a inflação ocorrida e a esperada pela pesquisa Focus para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Os dados foram coletados entre janeiro de 2006 e setembro de 2013 na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.

## 6 Convexidade

O termo de convexidade representa a diferença entre a inflação implícita e a inflação esperada em um mundo neutro ao risco. Isto é, ainda que a compensação pelo risco inflacionário exigida pelos investidores de títulos nominais fosse nula, não poderíamos projetar a inflação futura diretamente da inflação implícita. Esse viés está associado a desigualdade de Jensen. A desigualdade de Jensen estabelece que o valor esperado de uma função convexa de uma variável aleatória é maior que o valor dessa função calculado para o valor esperado dessa mesma variável

<sup>15</sup>O período amostral do nosso estudo compreende 93 meses entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. A principal limitação em usar dados mais antigos advém da pouca liquidez das NTN's-B antes de 2006.

aleatória.<sup>16</sup> Para recuperar a igualdade entre esses dois valores é necessário uma correção. No caso em questão, a função convexa é a relação exponencial que conecta preços de títulos com taxas e a correção da desigualdade de Jensen é o termo de convexidade. Conforme demonstrado na Seção 4, o viés de convexidade depende da incerteza inflacionária. Portanto, para estimar esse viés precisamos calcular a variância da inflação. Para tal, modelamos a variação percentual mensal do IPCA como um processo autoregressivo de ordem 1 (AR(1)). Seja  $h_n$  a taxa de inflação no mês  $n$ , isto é

$$h_n = \ln(\text{IPCA no mês } n) - \ln(\text{IPCA no mês } n - 1).$$

Repare que essa taxa está expressa em base mensal. Impor que  $h_n$  segue um AR(1) significa que

$$h_{n+1} = \theta_1 h_n + \theta_0 + \epsilon_{n+1},$$

com  $\text{var}_n[\epsilon_{n+1}] = \sigma^2$ .

Esta especificação apresentou resíduos não autocorrelacionados e o melhor ajuste da série de variações do IPCA dentro da amostra quando comparada a modelos ARMA e GARCH. O componente inercial mostrou-se significativo, estimado em 0,64, e o coeficiente de determinação ajustado foi de 40%. O valor estimado do parâmetro  $\sigma$  foi de 0,0017. A estatística Durbin-Watson foi estimada em 1,85. Encontrado o desvio padrão dos resíduos da regressão, calculamos a variância acumulada para horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos utilizando a seguinte fórmula:

$$\text{var}_t[\pi(t, T)] = (S_{12(T-t)} + S_{(12(T-t)-1)} + \dots + S_1) \frac{\sigma^2}{(T-t)^2}, \quad (8)$$

onde o prazo  $T - t$  está expresso em anos e a sequência  $S$  é definida por  $S_1 = 1$  e  $S_k = (1 + \theta_1 + \dots + \theta_1^{k-1})^2$ . Em seguida, calculamos o termo de convexidade:

$$\text{Convexidade}(t, T) = \frac{T-t}{2} \text{var}_t[\pi(t, T)].$$

Os valores obtidos para o termo de convexidade foram 0,99, 1,14, 1,19 e 1,22 pontos base para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, respectivamente. O *spread bid-ask* médio das NTN's-F e das LTN's é da ordem de 3 pontos base e o das NTN's-B é de cerca de 10 pontos base.<sup>17</sup> Portanto, os valores obtidos para o termo de convexidade são menores que o *spread bid ask*, ou seja, pouco relevantes. Outros estudos também apontam na mesma direção. Por exemplo, Ang, Bekaert e Wei (2008) encontram que o viés de convexidade para o mercado americano é inferior a um ponto base.

<sup>16</sup>Em símbolos, se  $f$  é uma função convexa e  $X$  é uma variável aleatória, então  $E[f(X)] > f(E[X])$ .

<sup>17</sup>As estimativas dos *spreads* médios foram obtidas a partir de dados fornecidos pela ANBIMA. A ANBIMA coleta diariamente às 11 horas da manhã ofertas de compra e venda para títulos públicos junto a instituições financeiras participantes do mercado secundário.

## 7 Prêmio de liquidez

O prêmio de liquidez,  $-\ell(t, T)$ , representa a remuneração adicional que os investidores exigem para possuir títulos reais que são menos líquidos que os títulos nominais. Mensurar o prêmio de liquidez não é uma tarefa simples. Alguns estudos se propõem a estimar o prêmio de liquidez de títulos. Por exemplo, Fontaine e Garcia (2012) incluem um fator de liquidez em um modelo de estrutura a termo livre de arbitragem. Eles mostram que esse fator de liquidez afeta o prêmio de risco para horizontes de quatro e doze meses. Bao, Pan e Wang (2011) medem a liquidez no mercado de títulos corporativos via a covariância entre variações sucessivas dos preços. Eles mostram que essa medida de liquidez explica parte substancial da variação das taxas.

Neste artigo, nós adotamos uma abordagem mais parcimoniosa para estimar o prêmio de liquidez. Seguindo Pflueger e Viceira (2013), nós estimamos o prêmio de liquidez regredindo a inflação implícita em medidas heurísticas de liquidez:<sup>18</sup>

$$\eta(t, T) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \gamma E_t [\pi(t, T)] + \epsilon_t, \quad (9)$$

onde  $X_t$  é um vetor de proxies para a liquidez. Rodamos essa regressão com dados mensais entre janeiro de 2006 e setembro de 2013, tomando como data base de cada mês a data considerada para elaboração do ranking Top 5 Focus. O valor esperado da inflação no lado direito da Equação 9 funciona como um termo de controle. Mais uma vez, usamos a informação do Focus como medida da expectativa de inflação.

Se  $\hat{\alpha}_1$  é o vetor de inclinação estimado na Equação 9, então o prêmio de liquidez dos títulos reais em relação aos nominais é

$$\ell(t, T) = -\hat{\alpha}_1 X_t. \quad (10)$$

A intuição da Equação 9 é simples. Ela indica qual a influência das medidas heurísticas de liquidez sobre a inflação implícita quando controlamos pela expectativa de inflação que é a principal variável que explica a rentabilidade extra dos títulos nominais sobre os reais. Normalizando para zero as variáveis  $X$  em um mundo de liquidez perfeita podemos então usar a Equação 10 para estimar o prêmio de risco de liquidez dos títulos reais.

A questão chave desse procedimento consiste em escolher as variáveis que compõem o vetor  $X_t$ .<sup>19</sup> Nós usaremos três medidas de liquidez. A primeira é baseada no giro médio dos títulos em cada mês. Seja  $V_t^i$  com  $i = N, R$  o volume médio de giro financeiro de títulos nominais e reais no mês  $t$ .<sup>20</sup> A liquidez dos títulos reais em relação aos nominais é

---

<sup>18</sup>Esse procedimento têm sido exaustivamente usado na literatura. Dente outros trabalhos podemos citar Gürkaynak, Sack e Wright (2010), D'Amico, Kim e Wei (2010), Pflueger e Viceira (2013) e Grishchenko e Huang (2013) que empregam variações da regressão 9 para avaliar o prêmio de liquidez.

<sup>19</sup>Veja Vayanos e Wang (2013) para uma revisão sobre medidas de liquidez.

<sup>20</sup>Os dados de volume diário de giro dos títulos referem-se aos negócios de compra e venda definitiva cursados no Selic.

$$X_t^1 = \frac{V_t^R - V_t^N}{V_t^N + V_t^R}.$$

Repare que quanto maior o volume negociado de títulos reais em relação aos nominais, maior  $X^1$ .

A segunda métrica de liquidez captura diferenças entre os *spreads* de compra e venda dos títulos nominais e reais. A ANBIMA divulga diariamente taxas máximas, mínimas e indicativas para o mercado secundário de títulos públicos. Essas taxas são coletadas pela ANBIMA junto a diversas instituições atuantes no mercado secundário. A taxa indicativa é aquela que a instituição considera justa para realizar negócios no fechamento do mercado, enquanto que as taxas máximas e mínimas são as efetivamente observadas no mercado secundário.<sup>21</sup> Para cada título e em cada dia da amostra nós definimos o *spread* normalizado como (taxa máxima - taxa mínima)/taxa indicativa. Seja  $sn_t^i$  com  $i = N, R$  a média dos *spreads* normalizados dos títulos nominais e reais ao longo de todos os dias do mês  $t$ . A segunda métrica,  $X_t^2$ , é definida pela diferença  $sn_t^n - sn_t^r$ .<sup>22</sup> Para evitar problemas ligados a proximidade com o vencimento, nós excluimos do cálculo de  $X^2$  os títulos com prazos inferiores a um ano.

A terceira métrica de liquidez é um pouco mais sutil. Hu, Pan e Wang (2013) propuseram uma métrica de iliquidez baseada no ruído presente no preço dos títulos. Mais especificamente, a iliquidez é definida pela raiz do erro médio quadrático dos preços dos títulos relativos a uma curva de juros interpolada. Neste artigo usamos a ETTJ construída pela ANBIMA via o modelo de Svensson (1994) (veja Seção 3). Os erros diários de apreçamento dos títulos foram fornecidos pela ANBIMA. Seja  $er_t^i$  com  $i = N, R$  a raiz do erro médio quadrático dos títulos nominais e reais ao longo de todos os dias do mês  $t$ . Então definimos a segunda métrica de liquidez como

$$X_t^3 = er_t^N - er_t^R.$$

A intuição dessa métrica é simples. Quanto menor a liquidez, espera-se que maior o erro de um modelo. Hu, Pan e Wang (2013) mostraram que um fator de liquidez baseado nessa ideia é capaz de capturar crises de liquidez e ajuda a explicar o retorno de ativos sensíveis a condições de liquidez do mercado. Portanto, quanto maior  $X^3$ , maior a liquidez dos títulos

<sup>21</sup>Para mais informações sobre a metodologia da ANBIMA para cálculo das taxas de títulos públicos, consulte <http://portal.anbima.com.br/Pages/home.aspx>.

<sup>22</sup>É preciso um certo cuidado ao interpretar  $sn$  como *spread* de compra e venda. A definição de  $sn$  depende de taxas máximas e mínimas observadas ao longo do dia, portanto,  $sn$  contém, além do *spread* de compra e venda, informações sobre a volatilidade intradiária. No entanto, alguns fatos nos deixam confortável em fazer essa associação. (1) No período amostral considerado,  $sn^r$  é cerca de quatro vezes maior que  $sn^n$ , o que não seria justificável apenas por questões ligadas a volatilidade. (2) Se as volatilidades dos mercados de títulos nominais e reais forem aproximadamente iguais, então a subtração na definição de  $X^2$  eliminaria, ao menos parcialmente, os efeitos ligados a volatilidade. (3) A ANBIMA coleta diariamente às 11 horas da manhã ofertas de compra e venda para títulos públicos junto a instituições financeiras participantes do mercado secundário. Não usamos esse dado para construir  $X^2$  uma vez que a base não contempla integralmente o período amostral desse estudo. Porém, considerando apenas o período em que há dados desse *spread* disponível, a correlação entre a métrica  $X^2$  definida como acima e a mesma métrica  $X^2$  substituindo  $sn$  pelo *spread* de 11 horas é de 64%.

reais em relação aos nominais. Seguindo Grishchenko e Huang (2013), nós excluimos a parte curta e longa da curva do cálculo de  $X^3$  e usamos apenas os erros dos títulos com vencimento entre 1 e 10 anos. Assim como Pflueger e Viceira (2013), nós normalizamos  $X^1$ ,  $X^2$  e  $X^3$  para zero no mês em que a liquidez dos títulos reais é máxima.<sup>23</sup>

A Tabela 1 apresenta os resultados da Regressão 9 para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Os erros dos estimadores foram obtidos pelo procedimento Newey e West (1987) para contornar problemas de autocorrelação e heterocedasticidade. Os resultados indicam que as duas métricas de liquidez não foram significativas para todos os horizontes (todos os p-valor maiores que 10%). Em outras palavras, não encontramos evidências de que a diferença de liquidez entre os mercados de títulos nominais e reais influa na inflação implícita. Ou seja, a diferença de liquidez não é apreçada pelos investidores. Ou ainda, o prêmio de liquidez é insignificativo. Esse resultado pode parecer contra-intuitivo em uma primeira análise. No entanto, investigando melhor as preferências dos investidores do mercado de renda fixa podemos compreender perfeitamente o que acontece. Como bem assinala Carvalho e Morais (2009), as NTN's-B são títulos fortemente demandados por investidores de longo prazo e que geralmente carregam esses papéis até o vencimento, como é o caso de fundos de pensão. São títulos classificados como *held to maturity*. Ora, uma vez que não há preocupação em desfazer antecipadamente uma posição no mercado secundário, a remuneração cobrada devido a incerteza em relação a falta de liquidez se torna irrelevante.

**Tabela 1: Prêmio de liquidez**

Horizonte	$X^1$	$X^2$	$X^3$	ADF	$R^2$	$R^{2*}$
1 ano	-0,0017 (0,0035)	0,0001 (0,0001)	0,0645 (0,0723)	0,0002	69,8%	68,9%
2 anos	0,0009 (0,0036)	0,0001 (0,0002)	0,0846 (0,0682)	0,0017	61,5%	59,6%
3 anos	-0,0019 (0,0040)	0,0001 (0,0002)	0,0708 (0,0768)	0,0043	55,3%	53,4%
4 anos	-0,0046 (0,0042)	0,0000 (0,0002)	0,0478 (0,0821)	0,0069	50,3%	48,0%

*Notas:* Esta tabela apresenta o resultado da regressão para estimação do prêmio de liquidez dos títulos reais em relação aos nominais (Equação 9) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos.  $X^1$  representa uma medida de liquidez baseada na diferença de giro financeiro entre esses dois mercados.  $X^2$  é a diferença entre os *spreads* de compra e venda dos títulos nominais e reais.  $X^3$  é a diferença entre os erros dos preços dos títulos nominais e reais relativos ao modelo de Svensson (1994). Entre parêntesis estão os desvios padrão. Os desvios padrão foram calculados por Newey e West (1987). A coluna ADF contém o p-valor do teste de Dickey-Fuller aumentado aplicado nos resíduos da regressão. A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller é a presença de raiz unitária. A penúltima coluna apresenta o  $R^2$  de cada regressão. A última coluna contém o  $R^2$  da regressão entre a inflação implícita e a expectativa de inflação, i.e.,  $\eta(t, T) = \alpha_0 + \gamma E_t(\pi(t, T)) + \epsilon_t$ .

Da Tabela 1 vemos também que o teste aumentado de Dickey-Fuller rejeita a presença de raiz unitária nos resíduos em todas as regressões. Isso nos deixa confortável em analisar os  $R^2$ s ajustados presentes na quinta coluna da Tabela 1. Note que todos os  $R^2$  são altos.

<sup>23</sup>Nós também consideramos uma quarta métrica de liquidez baseada no saldo mensal do estoque da dívida pública mobiliária federal interna. Os resultados, que serão apresentados a seguir, não se alteraram, do ponto de vista qualitativo, com a inclusão dessa métrica.

Porém, mais interessante é comparar esses valores com os  $R^2$  ajustados da Regressão 9 sem as métricas de liquidez. Ou seja, com os  $R^2$  da regressão entre a inflação implícita e a expectativa Focus apenas. Fazendo isso, obtivemos os seguintes valores de  $R^2$ : 68,9%, 59,6%, 53,4% e 48,0% para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos, respectivamente (veja última coluna da Tabela 1). Portanto, notamos que os  $R^2$ s praticamente não se alteram. Ou seja, as métricas de liquidez acrescentam pouca informação para explicar a inflação implícita. Esse resultado é oposto ao obtido por Pflueger e Viceira (2013) para o mercado de TIPS. Eles mostram que acrescentar as medidas de liquidez na Regressão 9 dobra o valor do  $R^2$ . Ou seja, o fator de risco liquidez é apreçado para os títulos indexados a inflação no mercado americano.

## 8 Prêmio de risco de inflação

Na Seção 7 não encontramos evidências de que os investidores do mercado de títulos públicos exigem compensação pela menor liquidez das NTN's-B. Portanto, da Equação 7 concluímos que o prêmio de risco da inflação é dado por: Prêmio de Risco da Inflação = Inflação Implícita - Expectativa de Inflação - Convexidade. A Figura 4 apresenta a evolução temporal do prêmio de risco da inflação entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. As médias dos prêmios para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos são respectivamente iguais a 0,20%, 0,43%, 0,54% e 0,66%. Os desvios padrão são iguais a 0,46%, 0,45%, 0,44% e 0,45%. Na maior parte da amostra o prêmio de risco da inflação é positivo, ou seja, os títulos nominais covariam positivamente com a economia. Logo os investidores exigem uma remuneração adicional para aplicarem seus recursos nesses ativos. Observe que para os horizontes curtos o prêmio de risco é, em alguns meses, negativo. Isso acontece em geral em associação com momentos de nervosismo do mercado financeiro como, por exemplo, entre o último trimestre de 2008 e o primeiro de 2009. Nesse período, o aumento da expectativa de inflação não foi acompanhado de um aumento de mesma magnitude na taxa nominal, fazendo com que a inflação implícita ficasse menor que a expectativa de inflação, o que acarreta em um prêmio negativo.

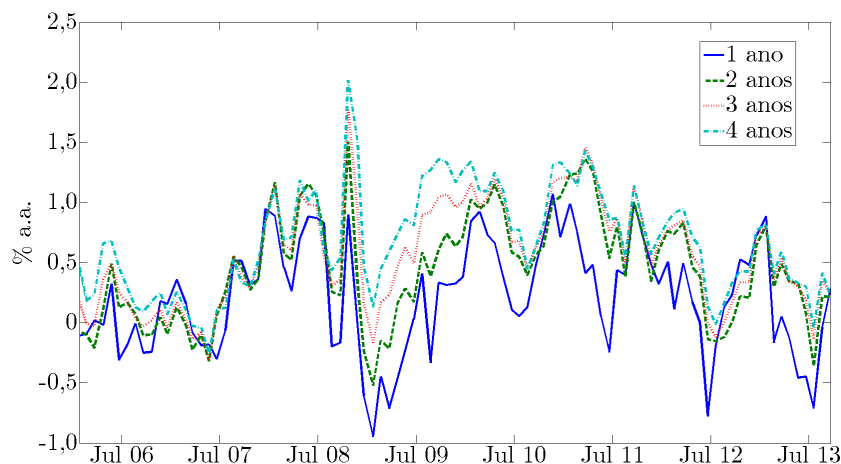
Interessante notar a persistência de todas as séries de prêmio de risco de inflação. Via uma análise do correlograma dessas séries, percebemos que as autocorrelações são decrescentes e a autocorrelação parcial tem significância estatística apenas de primeira ordem.<sup>24</sup> Isso sugere que o prêmio de risco de inflação pode ser ajustado por um processo AR(1). Um processo AR(1) é uma forma bastante conveniente de especificar a dinâmica do prêmio de risco em modelos fundamentados economicamente, o que acarreta em facilidade de estimação dos mesmos. A Tabela 2 apresenta os resultados desse ajuste. Observando as estatísticas de Durbin-Watson e Dickey-Fuller concluímos que os resíduos de todas essas regressões são não correlacionados e estacionários. O coeficiente angular gira em torno de 0,70, o que indica uma persistência de moderada para alta.

Seguindo Sördelind (2011), nós rodamos a regressão a seguir para melhor entender a

---

<sup>24</sup>Por questões de economia de espaço, não reportamos os correlogramas das séries do prêmio de risco de inflação.

**Figura 4: Prêmio de risco da inflação**



*Notas:* Esta figura apresenta a evolução temporal do prêmio de risco da inflação para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos entre janeiro de 2006 e setembro de 2013. Esse prêmio foi calculado pela seguinte expressão: Prêmio de Risco da Inflação = Inflação Implícita - Expectativa de Inflação - Convexidade. As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.

**Tabela 2: Dinâmica do prêmio de risco da inflação**

Horizonte	$AR(1)$	$C$	DW	ADF	$R^2$
1 ano	<b>0,65</b> (0,08)	<b>0,0008</b> (0,004)	1,96	0,0000	42,9%
2 anos	<b>0,74</b> (0,07)	<b>0,001</b> (0,000)	2,03	0,0000	55,0%
3 anos	<b>0,76</b> (0,07)	<b>0,001</b> (0,000)	1,95	0,0000	57,6%
4 anos	<b>0,77</b> (0,07)	<b>0,001</b> (0,000)	1,85	0,0000	58,6%

*Notas:* Esta tabela apresenta o resultado do ajuste do prêmio de risco da inflação a um processo  $AR(1)$  para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos.  $AR(1)$  representa o coeficiente angular da regressão e  $C$  a constante. Entre parêntesis estão os desvios padrão. Em negrito, valores significativos ao nível de 10%. A coluna ADF contém o p-valor do teste de Dickey-Fuller aumentado aplicado nos resíduos da regressão. A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller é a presença de raiz unitária. A coluna DW apresenta a estatística de Durbin-Watson. A última coluna contém o  $R^2$  de cada regressão.



dinâmica do prêmio de risco de inflação:

$$IRP(t, T) = \beta_0 + \beta_1 Z_t + \epsilon_t, \quad (11)$$

onde  $Z_t$  é um vetor de variáveis econômico-financeiras a priori relacionadas com o prêmio de risco.

A escolha do vetor de variáveis explicativas é arbitrária. No entanto, um pouco de teoria nos permite eliminar ou ao menos reduzir essa arbitrariedade. Baseado na Equação 5, escolhemos a primeira componente de  $Z$  como a covariância entre o consumo e a inflação. Essa covariância foi calculada via uma janela móvel com tamanho de 12 meses.<sup>25</sup> A segunda variável tem o intuito de capturar a incerteza na economia. A escolha nesse caso recaiu sobre a volatilidade dos retornos diários do Ibovespa em um dado mês.<sup>26</sup> A Tabela 3 apresenta os resultados da Regressão 11 para essa escolha bidimensional de  $Z$ . Para os horizontes curtos (1 e 2 anos) os coeficientes foram não significativos e os  $R^2$  baixos indicando que o prêmio de risco da inflação não está correlacionado com a covariância do consumo com inflação e com a volatilidade do Ibovespa. Por outro lado, para os horizontes de 3 e 4 anos os coeficientes são significativos e os  $R^2$  moderados. Comparando os  $R^2$  destas regressões com os  $R^2$  da última coluna da Tabela 1, percebemos que o poder explicativo do consumo e da volatilidade do Ibovespa em relação a inflação implícita é maior quanto mais longo é o horizonte. Portanto, nos prazos mais longos o prêmio de risco da inflação apresenta dependência tanto com a covariância do consumo com a inflação como com a volatilidade do Ibovespa. Observe ainda que os sinais dos coeficientes são os esperados: negativo para a covariância, conforme disposto na Equação 5, e positivo para a volatilidade, indicando que, quanto maior a incerteza na economia, maior a compensação exigida para se expor ao risco inflacionário.

Como último exercício nós acoplamos todas as variáveis das Regressões 9 e 11 em um única equação:

$$\eta(t, T) - \text{Convexidade}(t, T) = C + \gamma \text{Focus}(t, T) + \alpha_1 X_t + \beta_1 Z_t + \epsilon_t, \quad (12)$$

Note que nós colocamos a expectativa Focus como variável explicativa ( $\text{Focus}(t, T)$ ). Isso permite testar a capacidade preditiva dessa expectativa. Os resultados estão demonstrados na Tabela 4. Primeiramente, observamos que os resultados das regressões parciais apresentadas nas Seções 7 e 8 são reproduzidos na estimação da Equação 12. Ou seja, as métricas de liquidez são não significativas e as variáveis que influenciam no prêmio (covariância e volatilidade) são significativas apenas para os horizontes de três e quatro anos. O termo constante é não significativo, em consonância com a teoria desenvolvida na Seção 4. Já o coeficiente da variável Focus não é estatisticamente diferente de um em todas as regressões, o que constitui evidência

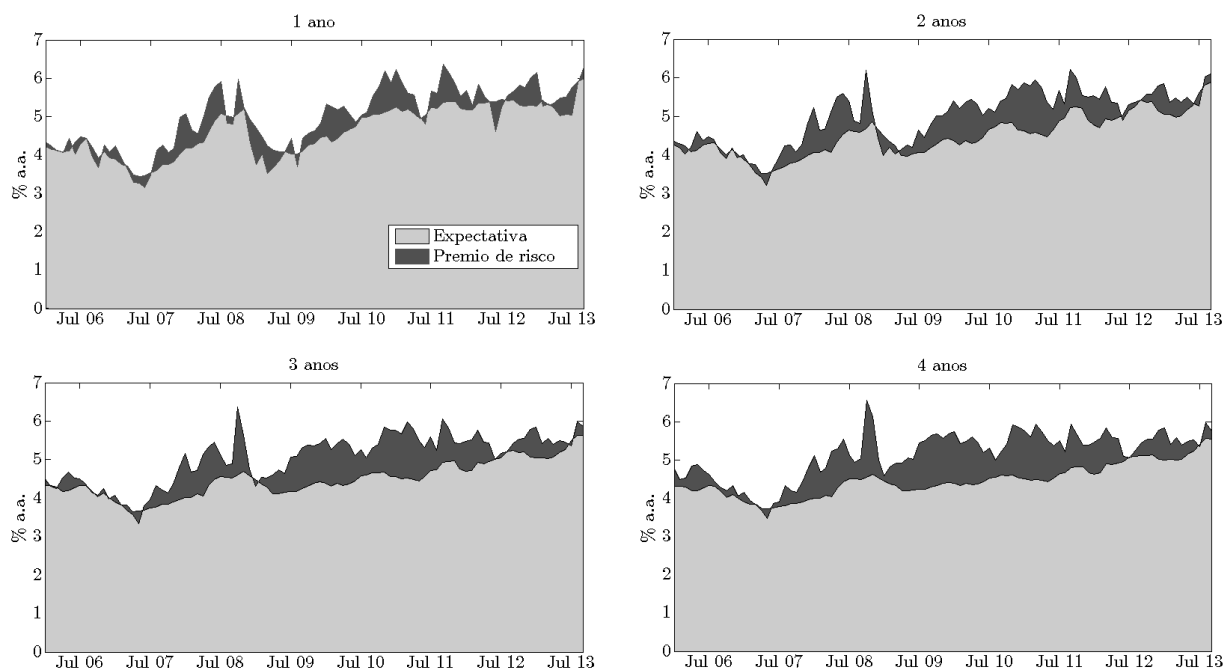
<sup>25</sup>A variável consumo é representada pelo índice de volume de vendas no comércio varejista (série 3416 do IBGE).

<sup>26</sup>Nós também consideramos como métricas de incerteza a volatilidade dos retornos diários do dólar, a volatilidade implícita de opções de dólar e a volatilidade do Ibovespa estimada por um modelo GARCH. Todas essas métricas levaram a conclusões equivalentes.

em favor de que os agentes consideram previsões da inflação próximas da expectativa Focus quando tomam suas decisões de investimento.

Instrutivo analisar o poder explanatório da expectativa de inflação. Primeiramente, a expectativa de inflação é significativa na Regressão 12 para todos os prazos. Comparando o  $R^2$  das regressões da Tabela 4 com o  $R^2$  das regressões entre a inflação implícita e expectativa de inflação (última coluna da Tabela 1) notamos que a expectativa Focus é o principal fator responsável pelos altos valores dos coeficientes  $R^2$ . A Figura 5 apresenta gráficos em área da decomposição da inflação implícita. Da análise do gráfico, fica claro que ao longo de toda amostra a expectativa de inflação é o componente de maior magnitude da inflação implícita. Portanto, embora a hipótese de Fisher seja falha, ainda podemos obter conhecimento valioso sobre o nível futuro de preços observando a diferença entre as taxas de juros nominal e real. Isso confirma as palavras do ex-presidente do Fed, Ben Bernanke, que afirmou em discurso serem os títulos indexados a índices de preços a principal fonte de informação direta sobre a inflação futura (Bernanke, 2004).

**Figura 5: Expectativa e prêmio de risco da inflação**



*Notas:* Esta figura apresenta a decomposição da inflação implícita em expectativa de inflação (área cinza clara) e prêmio de risco (área cinza escura) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos. Os dados foram coletados entre janeiro de 2006 e setembro de 2013 na data considerada para a elaboração do ranking Top 5 (véspera da divulgação do IPCA-15). As taxas são continuamente compostas e expressas como percentual ao ano.

## 9 Conclusão

Neste trabalho nós aplicamos uma estratégia simples para estimar os componentes da inflação implícita no mercado brasileiro. A expectativa da inflação foi obtida da pesquisa Focus con-

duzida pelo Banco Central do Brasil. O termo de convexidade, igual a variância da inflação futura, foi estimado em cerca de um ponto base. Ou seja, desprezível para fins práticos uma vez que é inferior ao *spread* de compra e venda dos títulos de renda fixa. Apesar da diferença de liquidez entre os títulos nominais e reais não encontramos evidências de existência de prêmio de liquidez, o que pode ser explicado pelo fato de investidores de títulos reais carregarem esses ativos até o vencimento. Nós mostramos também que o prêmio de risco de inflação é pequeno para horizontes curtos. Para horizontes longos este prêmio de risco é variável no tempo e relacionado com o consumo e a volatilidade do mercado de ações. Finalmente, nós concluímos que embora a hipótese de Fisher não seja verdadeira, a expectativa de inflação é o principal componente da inflação implícita. Portanto, é possível obter informações valiosas sobre a inflação futura observando a diferença entre as taxas de juros nominal e real.

## 10 Bibliografia

Acharya, V. e L. Pedersen (2005). Asset pricing with liquidity risk. *Journal of Financial Economics*, **77**, 2, 375–410.

Ang, A., G. Bekaert e M. Wei (2007). Do Macro Variables, Asset Markets, or Surveys Forecast Inflation Better? *Journal of Monetary Economics*, **54**, 4, 1163–1212.

Ang, A., G. Bekaert e M. Wei (2008). The term structure of real rates and expected inflation. *The Journal of Finance*, **63**, 2, 797–849.

Atkeson, A. e L. Ohanian (2001). Are Phillips curves useful for forecasting inflation? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, **25**, 1, 2–11.

Bao, J., J. Pan e J. Wang (2011). The illiquidity of corporate bonds. *The Journal of Finance* **66**, 3, 911–946.

Bernanke, B. (2004). What policymakers can learn from asset prices, Speech Before the Investment Analyst Society of Chicago, April 15, disponível em <http://www.federalreserve.gov/boarddocs/speeches/2004/20040415/default.htm>.

Carvalho, F. e A. Minella (2009). Market forecasts in Brazil: performance and determinants. *Trabalho para Discussão, Banco Central do Brasil*, 185.

Carvalho, L. e J. Morais (2009). Mercado primário da dívida pública federal. Em *Dívida pública: A experiência brasileira*, Banco Mundial e Tesouro Nacional.

Cerisola, M. e G. Gelos (2009). What drives inflation expectations in Brazil? An empirical analysis. *Applied Economics*, **41**, 10, 1215–1227.

Chernov, M. e P. Mueller (2012). The term structure of inflation expectations. *Journal of Financial Economics*, **106**, 2, 367–394.

Chun, A. (2012). Forecasting interest rates and inflation: Blue chip clairvoyants or econometrics? Disponível em SSRN: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract-id=946667>.

D’Amico, S., D. Kim e M. Wei (2010). Tips from TIPS: the informational content of Treasury Inflation-Protected Security prices. *The Federal Reserve Board: Finance and Economics Discussion Series*, 2010–2019.

- Duffie, D. (2001). Dynamic asset pricing theory. *Princeton University Press*.
- Epstein, L. e S. Zin (1989). Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica*, **57**, 4, 937–969.
- Fisher, I. (1930). The theory of interest. New York: The Macmillan Co.
- Fontaine, J. e R. Garcia (2012). Bond liquidity premia. *The Review of Financial Studies*, **25**, 4, 1207–1254.
- Grishchenko, O. e J. Huang (2013). Inflation risk premium: Evidence from the TIPS market. *The Journal of Fixed Income*, **22**, 4, 5–30.
- Guillén, D. (2008). Ensaio sobre a formação de expectativas de inflação *Dissertação de Mestrado, PUC-Rio*
- Gürkaynak, R., B. Sack e J. Wright (2010). The TIPS yield curve and inflation compensation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, **2**, 1, 70–92.
- Hu, G., J. Pan e J. Wang (2013). Noise as information for illiquidity. *The Journal of Finance*, **68**, 6, 2341–2382.
- Kohlscheen, E. (2012). Uma nota sobre erros de previsão da inflação de curto prazo. *Revista Brasileira de Economia*, **66**, 3, 289–297.
- Lima, E. e P. Alves (2011). O desempenho do mercado (Focus) na previsão da inflação: Novos resultados? *Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)*
- Newey, W. e K. West (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, **55**, 703–708.
- Pfueger, C. e L. Viceira (2013). Return predictability in the Treasury market: Real rates, inflation, and liquidity. Disponível em SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1785842>.
- Silva, A., F. Garrido e L. Carvalho (2009). Evolução recente do mercado de títulos da Dívida Pública Federal. Em *Dívida pública: A experiência brasileira*, Banco Mundial e Tesouro Nacional.
- Söderlind, P. (2011). Inflation risk premia and survey evidence on macroeconomic uncertainty. *International Journal of Central Banking*, **2**, 113–133.

Stock, J. e M. Watson (2007). Why has US inflation become harder to forecast? *Journal of Money, Credit and Banking*, **39**, s1, 3–33.

Stock, J. e M. Watson (2008). Phillips curve inflation forecasts. *National Bureau of Economic Research Working Paper*, **14322**.

Svensson L. (1994). Monetary policy with flexible exchange rates and forward interest rates as indicators. Institute for International Economic Studies, Stockholm University.

Vayanos, D. e J. Wang (2013). Market liquidity: Theory and empirical evidence. *In Handbook of the Economics of Finance*, capítulo 19.

Vicente, J. e O. Guillen (2013). Do inflation-linked bonds contain information about future inflation? *Revista Brasileira de Economia*, **67**, 2, 251–260.

**Tabela 3: Prêmio de risco da inflação, consumo e volatilidade**

Horizonte	$Z^1$	$Z^2$	$R^2$
1 ano	-0,59 (18,10)	-0,06 (0,08)	1,15%
2 anos	-31,01 (19,76)	0,05 (0,08)	8,57%
3 anos	<b>-36,87</b> (16,32)	<b>0,13</b> (0,08)	13,11%
4 anos	<b>-36,74</b> (14,41)	<b>0,18</b> (0,08)	15,20%

*Notas:* A tabela apresenta o resultado da regressão do prêmio de risco da inflação contra a covariância entre consumo e inflação e a volatilidade do Ibovespa (Equação 11) para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos.  $Z^1$  representa o coeficiente angular da covariância entre a variação do consumo e a inflação e  $Z^2$  representa o coeficiente angular da volatilidade realizada dos retornos diários do Ibovespa em um dado mês. Entre parêntesis estão os desvios padrão. Os desvios padrão foram calculados por Newey e West (1987). Em negrito, valores significativos ao nível de 10%. A última coluna contém o  $R^2$  de cada regressão.

**Tabela 4: Componentes da inflação implícita**

Horizonte	C	Focus	$X^1$	$X^2$	$X^3$	$Z^1$	$Z^2$	ADF	$R^2$
1 ano	-0,01 (0,01)	<b>1,21</b> (0,15)	-0,003 (0,004)	0,0001 (0,0001)	0,071 (0,081)	11,03 (20,86)	-0,07 (0,09)	0,0001	69,3%
2 anos	0,00 (0,01)	<b>1,07</b> (0,21)	0,000 (0,003)	0,0000 (0,0002)	0,057 (0,064)	-26,08 (22,26)	0,06 (0,09)	0,0014	62,9%
3 anos	0,00 (0,01)	<b>1,11</b> (0,29)	-0,002 (0,004)	0,0000 (0,0001)	0,047 (0,072)	<b>-33,82</b> (18,96)	<b>0,13</b> (0,08)	0,0018	60,0%
4 anos	0,00 (0,02)	<b>1,19</b> (0,35)	-0,003 (0,004)	0,0000 (0,0001)	0,036 (0,073)	<b>-35,37</b> (16,79)	<b>0,17</b> (0,08)	0,002	57,4%

*Notas:* A tabela apresenta o resultado da regressão  $\eta(t, T) - \text{Convexidade}(t, T) = C + \gamma \text{Focus}(t, T) + \alpha_1 X_t + \beta_1 Z_t + \epsilon_t$  para os horizontes de 1, 2, 3 e 4 anos.  $X^1$  representa uma medida de liquidez baseada na diferença de giro financeiro entre esses dois mercados.  $X^2$  é a diferença entre os *spreads* de compra e venda dos títulos nominais e reais.  $X^3$  é a diferença entre os erros dos preços dos títulos nominais e reais relativos ao modelo de Svensson (1994).  $Z^1$  representa a covariância entre a variação do consumo e a inflação e  $Z^2$  representa a volatilidade realizada dos retornos diários do Ibovespa em um dado mês. Entre parêntesis estão os desvios padrão. Os desvios padrão foram calculados por Newey e West (1987). Em negrito, valores significativos ao nível de 10%. A penúltima coluna apresenta o p-valor do teste de Dickey-Fuller aumentado aplicado nos resíduos da regressão. A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller é a presença de raiz unitária. A última coluna contém o  $R^2$  de cada regressão.