



Nota Técnica sobre a Circular nº 2.972, de 23 de março de 2000

Metodologia utilizada no processo de apuração do valor da volatilidade padrão e do multiplicador para o dia t, divulgados diariamente pelo Banco Central do Brasil.

1 - OBJETIVO

O Conselho Monetário Nacional autorizou o Banco Central do Brasil a divulgar a metodologia de cálculo para a determinação do valor de cada uma das parcelas representativas do valor de Patrimônio Líquido Exigido (PLE), para cobertura do risco de mercado de taxa de juro em determinada moeda/base de remuneração, conforme disposto no art. 4º, inciso III, do Regulamento anexo à Resolução nº 2.099, de 17 de agosto de 1994, com a redação dada pela Resolução nº 2.692, de 24 de fevereiro de 2000, de forma a assegurar às instituições a transparência com relação aos procedimentos que estão sendo adotados.

Diante de tal prerrogativa, estão sendo divulgados os procedimentos adotados para o cálculo da volatilidade padrão (σ_t) e do multiplicador (M_t) de que trata o art. 1º da Circular nº 2.972, de 23 de março de 2000, considerados para efeito de determinação do valor da parcela de PLE para cobertura do risco de mercado de taxa de juros de natureza prefixada e divulgados diariamente pelo Banco Central do Brasil.

Nessa ordem de idéias a transparência com relação aos procedimentos adotados, ainda que os valores de σ_t e M_t sejam divulgados pelo Banco Central do Brasil, assegura que os cálculos acima referidos podem ser replicados pelos interessados e deixa clara a metodologia que norteará a evolução da exigência de PLE objeto dos normativos em referência.

2 - CONSTRUÇÃO DA ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS

O cálculo do Valor em Risco (*VaR*) decorrente da exposição em determinados instrumentos financeiros é feito a partir da construção das séries de retornos dos fatores de risco correspondentes. Os fatores de risco relevantes para o cálculo do *VaR* relativo ao risco decorrente da exposição das operações em Real (R\$) e em taxa de juros prefixadas são as taxas associadas a prazos fixos previamente escolhidos também qualificados como vértices da estrutura a termo.

Os vértices em vigor para efeito de construção da estrutura a termo das taxas de juros prefixadas são os prazos de 1, 21, 42, 63, 126, 252, 504 e 756 dias úteis.

O retorno em t associado ao vértice de prazo T é dado por:

$$r_{i,T} = \ln \left(\frac{1 + \frac{R_{i,T}}{100}}{1 + \frac{R_{i-1,T}}{100}} \right)$$

Onde, $R_{i,T}$ é a taxa de juros anual com composição discreta (considerados 252 dias úteis no ano) para a data t, a incorrer durante o prazo de T dias úteis.



A cada dia útil, são calculadas as taxas a serem incorridas para os diferentes prazos escolhidos, que propiciam a geração de séries diárias de taxas *spot* para cada um dos vértices.

São utilizados dados relativos ao CDI, a contratos de futuros e de *swaps* negociados na BM&F e que representam os instrumentos mais líquidos. Entretanto, em função da liquidez observada, o Banco Central do Brasil poderá excluir ou adicionar novos instrumentos financeiros e/ou vértices a partir dos quais calculará a estrutura a termo e as volatilidades para efeito da exigência de PLE para cobertura de risco de mercado em taxa de juros prefixada.

A estrutura a termo é obtida mediante a utilização das taxas de juros embutidas nas cotações do CDI *over*, contrato futuro de DI (primeiro ao terceiro vencimentos) e taxas de *swaps* DI x PRE apuradas para os prazos de 6, 12 e 24 meses. A construção das taxas *spot* é obtida mediante a acumulação das taxas a termo implícitas entre os vencimentos dos instrumentos financeiros listados, assumida a hipótese de que a taxa a termo entre os vencimentos é constante.

Dessa forma, a taxa de juros implícita nos preços dos instrumentos financeiros supracitados, para um prazo de T dias úteis, é dada por:

$$R_{t,T} = \left\{ \left[\left(1 + \frac{R_0}{100} \right)^{T_0} \times \prod_{j=0}^5 \left(1 + \frac{R_{j,j+1}}{100} \right)^{\max[0; \min(T-T_j; T_{j+1}-T_j)]} \times \left(1 + \frac{R_{5,6}}{100} \right)^{\max[0; T-T_6]} \right]^{\frac{1}{T}} - 1 \right\} \times 100$$

Onde:

R_0	é a taxa <i>spot</i> CDI <i>over</i> apurada;
$R_{0,1}$	é a taxa a termo implícita pelo CDI e a cotação do primeiro vencimento de futuro de DI;
$R_{1,2}$	é a taxa a termo implícita pelas cotações do primeiro e segundo vencimentos de futuro de DI;
$R_{2,3}$	é a taxa a termo implícita pelas cotações do segundo e terceiro vencimentos de futuro de DI;
$R_{3,4}$	é a taxa a termo implícita pelas cotações do terceiro vencimento de DI e taxa de <i>swaps</i> DI x PRE de 6 meses;
$R_{4,5}$	é a taxa a termo implícita pelas taxas de <i>swaps</i> DI x PRE de 6 e 12 meses;
$R_{5,6}$	é a taxa a termo implícita pelas taxas de <i>swaps</i> DI x PRE de 12 e 24 meses;
T_0 a T_6	prazos, em dias úteis, de vencimento de cada instrumento financeiro utilizado, respectivamente, CDI -1 dia útil -, primeiro, segundo e terceiro vencimentos de futuro de DI, <i>swaps</i> de 6, 12 e 24 meses;



Para os prazos superiores a 24 meses isto é, 504 dias úteis, é assumida a hipótese de taxa *spot* constante com valor igual àquele calculado para o vértice de 504 dias úteis. Esse critério será alterado caso os instrumentos de prazos mais longos venham a ganhar liquidez.

3 – CÁLCULO DA VOLATILIDADE PADRÃO

A volatilidade padrão (σ_t) é uma função das volatilidades associadas a cada um dos vértices i (σ_t^i), excluído o primeiro vértice. A expressão em vigor para seu cálculo é dada por:

$$\sigma_t = \text{máximo}(\sigma_t^2, \dots, \sigma_t^8)$$

A volatilidade associada ao vértice i da estrutura a termo das taxas de juros é dada por:

$$\sigma_{t+1|t}^i = \text{maximo}(f(\lambda_1, i), f(\lambda_2, i))$$

para f dada por:

$$f(\lambda, i) = \sqrt{\lambda(\sigma_{t|t-1}^i)^2 + (1 - \lambda)(r_t^i)^2}$$

Onde r_t^i é o retorno em t relativo à taxa associada ao prazo do vértice i e o parâmetro *lambda* provém do método do alisamento exponencial, representando a estrutura de pesos atribuída aos retornos ocorridos no passado recente *vis-à-vis* o passado mais remoto. A regra do máximo objetiva permitir a rápida absorção de um choque pela via de um *lambda* menor, bem como uma saída mais cautelosa do mesmo pela via do *lambda* maior. Os parâmetros atualmente em vigor são: $\lambda_1 = 0.85$ e $\lambda_2 = 0.94$.

4 – CÁLCULO DO MULTIPLICADOR

O multiplicador M_t é tratado como função decrescente da volatilidade. Tal função leva em consideração a distribuição de freqüências da volatilidade padrão e os valores desejados para o maior e para o menor valor do multiplicador - M e m -, respectivamente.

Sendo σ_{pico} a maior volatilidade observada, com janela crescente e sendo $P\%$ o valor referente a um dado percentil associado à distribuição de freqüência da volatilidade com janela de 1 ano, o multiplicador M_t é dado por:

$$M_t = M(\sigma_t) = \begin{cases} M \text{ se } \sigma_t \leq \sigma_{P\%} \\ \frac{C_1 + C_2}{\sigma_t} \text{ se } \sigma_t \geq \sigma_{P\%} \end{cases}$$



A determinação das constantes C1 e C2 é feita considerando-se $M(\sigma_{P\%})=M$ e $M(\sigma_{Pico})=m$, portanto:

$$C_1 = \frac{M - m}{\frac{1}{\sigma_{P\%}} - \frac{1}{\sigma_{Pico}}} \quad e \quad C_2 = M - \frac{C_1}{\sigma_{P\%}}$$

A tabela abaixo especifica os valores dos parâmetros atualmente em vigor para o cálculo do multiplicador M_i :

<i>Parâmetro</i>	<i>Especificação</i>
<i>M</i>	3
<i>m</i>	1
<i>P%</i>	0
<i>Janela para cálculo de P%</i>	Últimos 252 dias úteis
<i>Janela para cálculo de σ_{Pico}</i>	[15.07.94, Dia Corrente].

5 – EXEMPLOS

De maneira a ilustrar os cálculos a serem feitos pelas instituições para a determinação da exigência de capital (EC) em reais, em decorrência do disposto na Circular nº 2.972/00, são dados 2 exemplos a seguir:

1º Exemplo do cálculo da exigência de capital, conforme a Circular nº 2.972/00

1 – Montagem dos fluxos prefixados:

Em 29/04/99 uma instituição possuía os seguintes fluxos:

<i>Valor total em R\$</i>	<i>Principal em R\$</i>	<i>Juros em R\$</i>	<i>Demais valores</i>	<i>Prazo em dias úteis</i>
+ 50.002.345,12	+47.172.024,10	+2.830.321,02	-----	130
- 51.132.100,23	- 49.165.480,99	-1.966.619,24	-----	130
+ 65.866.311,75	+62.729.820,71	+ 3.136.491,04	-----	240
-63.352.421,10	-60.915.789,52	-2.436.631,58	-----	240

Resultados líquidos:

<i>Valor líquido em R\$</i>	<i>Prazo em dias úteis (T_i)</i>
- 1.129.755,11	130
+ 2.513.890,65	240



2 – Marcação dos fluxos (resultados líquidos) a mercado:

Prazo em dias úteis (T_l)	Taxa de juros vigente (% aa)	Valor total em R\$	Valor marcado a mercado (F_l) em R\$
130	26,68	- 1.129.755,11	- 1.000.000,00
240	27,14	+ 2.513.890,65	+ 2.000.000,00

Fórmula utilizada para marcação a mercado:

$$F_l = \frac{\text{Valor total}}{\left(1 + \frac{\text{taxa de juros vigente}}{100}\right)^{\frac{T_l}{252}}}$$

3 – Alocação dos fluxos nos vértices:

Fluxo (F_l) em R\$	Valor alocado no vértice 126 dias úteis – VMTM_{5,t} em R\$	Valor alocado no vértice 252 dias úteis – VMTM_{6,t} em R\$
- 1.000.000,00	- 968.253,97	- 31.746,03
+ 2.000.000,00	+ 190.476,20	+ 1.809.523,81
Total alocado no vértice (Σ)	- 777.777,78	+ 1.777.777,78

Fórmula utilizada para alocação dos fluxos nos vértices:

$$\text{Valor alocado no vértice anterior} = \frac{P_j - T_l}{P_j - P_i} * F_l$$

$$\text{Valor alocado no vértice posterior} = \frac{T_l - P_i}{P_j - P_i} * F_l$$

4 – Cálculo da volatilidade padrão:

i	Volatilidade diária para $\lambda=0,85$	Volatilidade diária para $\lambda=0,94$	Máximo das volatilidades
2	0,004586	0,009347	0,009347
3	0,005127	0,009733	0,009733
4	0,005364	0,009510	0,009510
5	0,005918	0,009652	0,009652
6	0,006151	0,009985	0,009985
7	0,013377	0,012956	0,013377
8	0,013377	0,012956	0,013377
Volatilidade padrão (máximo das volatilidades calculadas)			$\sigma_t = 0,013377(*)$

(*) Divulgada pelo Banco Central do Brasil



Fórmula utilizada para o cálculo da volatilidade:

$$\text{Volatilidade} = \sqrt{\lambda * (\sigma_{t|t-1}^i)^2 + (1 - \lambda) * (r_t^i)^2}$$

Detalhamento do cálculo para o vértice de 126 dias:

<i>i</i>	Retorno r_t^i	Volatilidade ($\sigma_{t t-1}^i$) para $\lambda=0,85$	Volatilidade diária para $\lambda=0,85$	Volatilidade ($\sigma_{t t-1}^i$) para $\lambda=0,94$	Volatilidade diária para $\lambda=0,94$	Máximo das volatilidades
5	0,002450	0,006336	0,005918	0,009936	0,009652	0,009652

5 – Cálculo do valor em risco associado aos vértices ($VaR_{i,t}$):

<i>i</i>	P_i	σ_t	VMTM _{<i>i</i>} em R\$	$VaR_{i,t}$ em R\$
5	126	0,013377	- 777.777,78	- 38.330,12
6	252	0,013377	+ 1.777.777,78	+ 175.223,41

Fórmula utilizada:

$$VaR_{i,t} = 2,33 * \frac{P_i}{252} * \sigma_t * VMTM_{i,t} * \sqrt{10}$$

6 – Cálculo dos coeficientes de correlação ($\rho_{i,j}$):

ρ (*)	<i>i</i>	<i>j</i>	P_i	P_j	κ (*)	$\rho_{i,j}$
0,42	5	6	126	252	0,22	0,950220651

(*) Divulgados pelo Banco Central do Brasil

Fórmula utilizada para o cálculo:

$$\rho_{i,j} = \rho + (1 - \rho) \left(\frac{\max(P_i, P_j)}{\min(P_i, P_j)} \right)^\kappa$$

7 – Cálculo do valor em risco do conjunto das operações ($VaR_t^{\text{Padrão}}$):

<i>i</i>	<i>j</i>	VaR_i em R\$	VaR_j em R\$	$\rho_{i,j}$
5	6	- 38.330,12	+ 175.223,41	0,950220651
$VaR_t^{\text{Padrão}}$ em R\$		139.314,18		

$$VaR_t^{\text{Padrao}} = \sqrt{VaR_i * VaR_i * 1 + 2 * VaR_i * VaR_j * \rho_{i,j} + VaR_j * VaR_j * 1}$$

8 – Cálculo do multiplicador (M_t):

σ_t	$\sigma_{P\%}$	σ_{Pico}	C_1	C_2	$M_t(*)$
0,013377	0,0055	0,0683	0,0120	0,8248	1,72

(*) Divulgado pelo Banco Central do Brasil

Fórmulas utilizadas para o cálculo de M_t :

$$M_t = M(\sigma_t) = \begin{cases} M & \text{se } \sigma_t \leq \sigma_{P\%} \\ \frac{C_1}{\sigma_t} + C_2 & \text{se } \sigma_t \geq \sigma_{P\%} \end{cases}$$

$$C_1 = \frac{M - m}{\frac{1}{\sigma_{P\%}} - \frac{1}{\sigma_{Pico}}} \quad \text{e} \quad C_2 = M - \frac{C_1}{\sigma_{P\%}}$$

Especificação dos parâmetros utilizados pelo Banco Central do Brasil:

Parâmetro	Especificação
M	3
m	1
$P\%$	0
Janela para cálculo de $P\%$	Últimos 252 dias úteis
Janela para cálculo de σ_{pico}	[15.07.94, Dia Corrente].

9 – Cálculo da exigência de capital:

Média do VaR dos últimos 60 dias em R\$	Multiplicador (M_t)	Valor em risco do conjunto das operações ($VaR_t^{Padrão}$) em R\$	Exigência de Capital (EC) em R\$
221.514,66	1,72	139.314,18	381.005,22

Fórmula para o cálculo da Exigência de Capital:

$$EC = \max \left\{ \left(\frac{M_t}{60} * \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}^{Padrão} \right), VaR_{t-1}^{Padrão} \right\}$$

**2º Exemplo do cálculo da exigência de capital, conforme a Circular nº 2.972/00**

1 – Montagem dos fluxos prefixados:

Em 30/12/99 uma instituição possuía os seguintes fluxos:

Valor líquido em R\$	Prazo em dias úteis (T_i)
- 1.129.755,11	130
+ 2.513.890,65	240

2 – Marcação dos fluxos (resultados líquidos) a mercado:

Prazo em dias úteis (T_i)	Taxa de juros vigente (% aa)	Valor total em R\$	Valor marcado a mercado (F_i) em R\$
130	20,61	- 1.101.497,35	- 1.000.000,00
240	21,86	+ 2.414.362,86	+ 2.000.000,00

Fórmula utilizada para marcação a mercado:

$$F_i = \frac{\text{Valor total}}{\left(1 + \frac{\text{taxa de juros vigente}}{100}\right)^{\frac{T_i}{252}}}$$

3 – Alocação dos fluxos nos vértices:

Fluxo (F_i) em R\$	Valor alocado no vértice 126 dias úteis – VMTM_{5,t} em R\$	Valor alocado no vértice 252 dias úteis – VMTM_{6,t} em R\$
- 1.000.000,00	- 968.253,97	- 31.746,03
+ 2.000.000,00	+ 190.476,20	+ 1.809.523,81
Total alocado no vértice (Σ)	- 777.777,78	+ 1.777.777,78

Fórmula utilizada para alocação dos fluxos nos vértices:

$$\text{Valor alocado no vértice anterior} = \frac{P_j - T_l}{P_j - P_i} * F_l$$

$$\text{Valor alocado no vértice posterior} = \frac{T_l - P_i}{P_j - P_i} * F_l$$



4 – Cálculo da volatilidade padrão:

<i>i</i>	Volatilidade diária para $\lambda=0,85$	Volatilidade diária para $\lambda=0,94$	Máximo das volatilidades
2	0,000716	0,000853	0,000853
3	0,000996	0,001310	0,001310
4	0,001593	0,002060	0,002060
5	0,002398	0,002731	0,002731
6	0,002160	0,002631	0,002631
7	0,003359	0,004212	0,004212
8	0,003359	0,004212	0,004212
Volatilidade padrão (máximo das volatilidades calculadas)			$\sigma_t = 0,004212(*)$

(*) Divulgada pelo Banco Central do Brasil

Fórmula utilizada para o cálculo da volatilidade:

$$Volatilidade = \sqrt{\lambda * (\sigma_{t|t-1}^i)^2 + (1 - \lambda) * (r_t^i)^2}$$

Detalhamento do cálculo para o vértice de 42 dias:

<i>i</i>	Retorno r_t^i	Volatilidade ($\sigma_{t t-1}^i$) para $\lambda=0,85$	Volatilidade diária para $\lambda=0,85$	Volatilidade ($\sigma_{t t-1}^i$) para $\lambda=0,94$	Volatilidade Diária para $\lambda=0,94$	Máximo das volatilidades
3	0,000168	0,001077	0,000995	0,001351	0,001310	0,001310

5 – Cálculo do valor em risco associado aos vértices ($VaR_{i,t}$):

<i>i</i>	P_i	σ_t	VMTM _{<i>i</i>} em R\$	VaR _{<i>i,t</i>} em R\$
5	126	0,004212	- 777.777,78	- 12.068,96
6	252	0,004212	+ 1.777.777,78	+ 55.172,38

Fórmula utilizada:

$$VaR_{i,t} = 2,33 * \frac{P_i}{252} * \sigma_t * VMTM_{i,t} * \sqrt{10}$$



6 – Cálculo dos coeficientes de correlação ($\rho_{i,j}$):

ρ (*)	i	j	P_i	P_j	κ (*)	$\rho_{i,j}$
0,35	5	6	126	252	0,42	0,911942171

(*) Divulgados pelo Banco Central do Brasil

Fórmula utilizada para o cálculo:

$$\rho_{i,j} = \rho + (1 - \rho) \left(\frac{\max(P_i, P_j)}{\min(P_i, P_j)} \right)^\kappa$$

7 – Cálculo do valor em risco do conjunto das operações ($VaR_t^{Padrão}$):

i	j	VaR_i em R\$	VaR_j em R\$	$\rho_{i,j}$
5	6	- 12.068,96	+ 55.172,38	0,911942171
$VaR_t^{Padrão}$ em R\$		+ 44.442,95		

Fórmula utilizada para o cálculo:

$$VaR_t^{Padrao} = \sqrt{VaR_i * VaR_i * 1 + 2 * VaR_i * VaR_j * \rho_{i,j} + VaR_j * VaR_j * 1}$$

8 – Cálculo do multiplicador (M_t):

σ_t	$\sigma_{P\%}$	σ_{Pico}	C_1	C_2	M_t (*)
0,004212	0,00314	0,06830	0,0066	0,8981	2,47

(*) Divulgado pelo Banco Central do Brasil

Fórmulas utilizadas para o cálculo de M_t :

$$M_t = M(\sigma_t) = \begin{cases} M & \text{se } \sigma_t \leq \sigma_{P\%} \\ \frac{C_1}{\sigma_t} + C_2 & \text{se } \sigma_t \geq \sigma_{P\%} \end{cases}$$

$$C_1 = \frac{M - m}{\frac{1}{\sigma_{P\%}} - \frac{1}{\sigma_{Pico}}} \quad \text{e} \quad C_2 = M - \frac{C_1}{\sigma_{P\%}}$$



Especificação dos parâmetros utilizados pelo Banco Central do Brasil:

<i>Parâmetro</i>	<i>Especificação</i>
<i>M</i>	3
<i>m</i>	1
<i>P%</i>	0
<i>Janela para cálculo de P%</i>	Últimos 252 dias úteis
<i>Janela para cálculo de σ_{pico}</i>	[15.07.94, Dia Corrente].

9 – Cálculo da exigência de capital:

<i>Média do VaR dos últimos 60 dias em R\$</i>	<i>Multiplicador (M_t)</i>	<i>Valor em risco do conjunto das operações ($VaR_t^{Padrão}$) em R\$</i>	<i>Exigência de Capital (EC) em R\$</i>
52.731,50	2,47	44.442,95	130.246,81

Fórmula para o cálculo da Exigência de Capital:

$$EC = \max \left\{ \left(\frac{M_t}{60} * \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}^{Padrão} \right), VaR_{t-1}^{Padrão} \right\}$$